דורבן צובע

דורבן מציב

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. על כל משבצת של טבלה מונחים מספר אבנים, לפי כמויות שרשומות בתרשים. מותר בכל מהלך לקחת אבן מ-3 משבצות שנמצאות ברצף באותה שורה או באותה עמודה. מה הכמות הקטנה ביותר שניתן להשאיר על הלוח בסוף התהליך?
2. מצאו את כל הפונקציות מהממשיים לעצמם שמקיימות $f(f(x)+y)=f(x^2-y)+4yf(x)$ לכל זוג ממשיים.
3. על לוח שח הניחו חיילים, בכל שורה או עמודה כמות אי-זוגית. האם יכול להיות שיש כמות אי-זוגית של חיילים על משבצות לבנות?
4. מצאו את כל הפונקציות מהממשיים לעצמם שמקיימות $f(x+y^2)=f(x)+|yf(y)|$ לכל זוג ממשיים.
5. נתון לוח $n\times n$, שבהתחלה צבוע בצביעת שח רגילה. בכל שלב בוחרים ריבוע 2×2 ומשנים את צבעי המשבצות שלו לפי הכלל הבא: שחור הופך ללבן, לבן הופך לירוק, וירוק הופך לשחור. עבור אילו ערכי n ניתן להגיע לצביעת שח הפוכה?
6. $f(x^3+y^3+xy)=x^2f(x)+y^2f(y)+f(xy)$
7. לוח $n\times n$ נצבע בצביעת שח, מותר להפוך צבע של 1×3 או 3×1. לאילו n אפשר לקבל לוח לבן? מה עם $n\times m$?