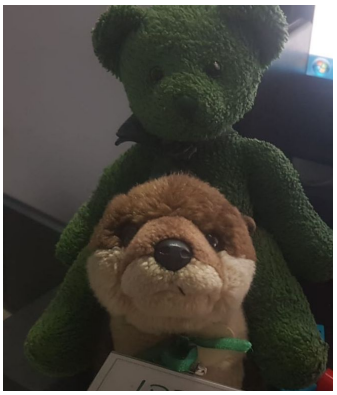

דורבן עושה תומ"ס ואלגברה

1. חשבו את $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$ (בלי מחשבון)

2. נסמן ב $v_2(x)$ את כמות הפעמים ש- 2 מחלק את x. כלומר $2^{v_2(x)}|x$ אבל $2^{v_2(x)+1}$ לא מחלק את x.
מצאו את המספר הקטן ביותר, עבורו $m-v_2(m!)=2020$.

3. נתון p ראשוני. הוכיחו שאפשר לסדר את המספרים $1,2,...,p$, כ- $a_1,a_2,...,a_p$ כך שהסדרה $a_1, a_1a_2, ..., a_1a_2 \cdot ... \cdot a_p$ הם כולם שאריות שונות מוד p.

4. מצאו את כל הזוגות שלמים המקיימים $x^4-2y^2=1$

5. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימות $f((x-y)^2)=x^2-2yf(x)+f(y)^2$ עבור כל זוג ממשיים.

6. $$\cfrac{3^2-1}{1+\cfrac{4^2-1}{1+\cfrac{5^2-1}{1+\ddots}}}=?$$