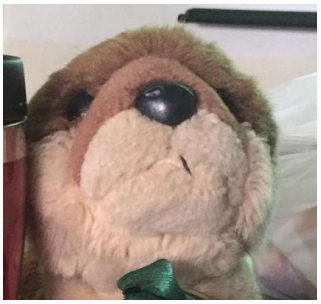
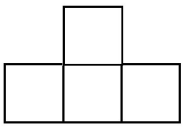


דורבן עושה (עוד) קומבי

1.| כמה חתיכות T כמו בציור אפשר להכניס בריבוע 10×10 ? (מותר לסובב את הציור)



2. הוכיחו שקיים n טבעי עבורו מבין המספרים $\{n, n+1, ..., n+999\}$ יש בדיוק 5 מספרים ראשוניים.

3.אבי ובני משחקים משחק, יש שתי ערימות עם N ו- M אבנים בהתאמה. בכל תור המשחק לוקח כמה אבנים שהוא רוצה מאחת הערימות. מי שלא יכול לעשות מהלך, מפסיד. בהינתן שאבי מתחיל, מי מנצח?

3*. מה אם יש כמות ערימות כללית?

4. נתונות במישור N נקודות אדומות ו- N נקודות כחולות, כך שאף שלוש לא על ישר. הוכיחו שאפשר לזווג נקודות אדומות וכחולות בעזרת קטעים שלא נחתכים.

5. בסדרה אינסופית של מספרים טבעיים כל מספר מתקבל מהמספר הקודם על ידי חיבור של אחת הספרות (הלא אפסיות) שלו אליו. הוכיחו שבסדרה יש מספר זוגי.

6. נתון p ראשוני אי-זוגי. כמה קבוצות של $\{1, 2, 3, ..., 2p\}$ מגודל p יש, כך שסכומי איברי הקבוצה מתחלק ב- p.

7.שני פיראטים מנומסים מחלקים אוצר הכולל שני שקי זהב, ויהלום (היהלום שווה יותר מכל הזהב ביחד). כל פיראט בתורו מוציא כמות זוגית של מטבעות מאחד השקים, לוקח חצי מהם לעצמו, ושם את השאר בשק האחר. אם מישהו לא יכול לעשות מהלך, הוא לוקח את כל שאר המטבעות, וחברו מקבל את היהלום. מי מנצח כתלות בכמות הזהב בשקים? (הפיראטים השתתפו ב IMO בעברם, ועל כן משחקים חכם)

8*. הוכח שמתוך 50 אנשים, תמיד יש שניים שיש להם מספר זוגי (אולי 0) של חברים משותפים מתוך ה- 48 אנשים האחרים.