

מה ההבדל?

1. נתון משולש ABC ומעגל ω המשיק למעגל החוסם של ABC בקודקוד A. ω חותך את הצלע AB בנקודות A, K. על ω נבחרה נקודה L כך ש-CL משיק ל- ω . נקודת החיתוך של KL עם BC תסומן T. הוכיחו כי BT שווה באורכו לאורך המשיק מ-B ל- ω .
2. נתון משולש ABC. יהא I מרכז המעגל החסום במשולש ו-D, E, F נקודת ההשקה עם הצלעות AB, AC, BC בהתאמה. הישרים AI, CI חותכים את DF בנקודות M, N. הוכיחו כי מרכז המעגל החוסם של המשולש MIN, נקודות I ו-E נמצאות על ישר.
3. נתון משולש שווה שוקיים, I מפגש חוצי הזוויות. D עקב חוצה הזווית B- ω . על חוצה הזווית של A נבחרה נקודה E עבורה הזווית EDC \neq ישרה. נקודה I' היא השיקוף של I ביחס ל-AC. הוכיחו כי המרובע BEDI' חסום במעגל.
4. נתון משולש ABC החסום במעגל ω . עקב האנך מ-A ל-BC יסומן ב-H. תהיינה P, Q נקודות על ω כך ש- $PA = PH, QA = QH$. המשיק ל- ω ב-P חותך את AC, AB בנקודות E_1, F_1 בהתאמה. באופן דומה המשיק למעגל ω ב-Q חותך את AC, AB בנקודות E_2, F_2 בהתאמה. הוכיחו כי המעגלים החוסמים של המשולשים AE_1F_1 ו- AE_2F_2 שווים רדיוסים וישר המרכזים שלהם מקביל למשיק ל- ω ב-A.
5. במשולש ABC, מפגש הגבהים הוא H. על הצלעות AB, AC נבחרו נקודות E, D בהתאמה כך ש-E, H, D ישר. מרכז המעגל החוסם של ADE יסומן O. AO חותך את המעגל החוסם של ABC בנקודות A, K. הוכיחו כי הישר המאונך ל-BC ועובר ב-K והישר HO נחתכים על המעגל החוסם של ABC.
6. נתון משולש ABC. חוצה הזווית של A חותך את הצלע BC בנקודה D. המעגל החסום במשולש משיק לצלע BC בנקודה E ומרכזו I. הישר המקביל ל-BC ועובר דרך A חותך שנית את המעגל החוסם של ABC בנקודה A'. המעגל החוסם של ADE חותך את EA' שנית בנקודה T. הוכיחו כי $AI = TI$.

7. נתון משולש ABC החסום במעגל ω עם מרכז O. המשיק ל- ω ב-A חותך את BC ב-P. עקב האנך מ-A ל-PO יסומן ב-X. על הצלעות AB, AC נבחרו נקודות E, F בהתאמה כך ש- $\angle FXO = \angle XBA$, $\angle EXP = \angle XCA$. הישר EF חותך את ω בנקודות K, L. הוכיחו כי OP משיק למעגל החוסם של KXL.

8. במשולש ABC הזווית C ישרה. עקב האנך מ-C לצלע AB יסומן D. בנוסף נתונה נקודה X על הקטע CD ושתי נקודות K, L על הקטעים AX, BX בהתאמה כך ש- $BK = BC$ ו- $AL = AC$. החיתוך של AL עם BK יסומן M. הוכח כי $MK = ML$.

9. נתון משולש ABC ומעגל ω עם קוטר BC. ω חותך שנית את AB, AC ב-E, F בהתאמה. M היא אמצע הצלע BC. EF חותך את AM בנקודה P. על הקשת EF (שלא מכילה את B, C) נבחרה נקודה X. PX חותך את ω שנית בנקודה Y. הוכיחו כי $\angle XAY = \angle XYM$.

10. נתון מרובע ABCD כך ש- $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$. עקב הגובה מ-A ל-BD יסומן H. על הצלעות AB, AD נבחרו נקודות S, T כך ש- $\angle CHS - \angle CSB = 90^\circ$, $\angle CHT - \angle CTD = 90^\circ$ ו-H נמצאת בתוך המשולש CST. הוכיחו כי המעגל החוסם של STH משיק ל-BD.

בתיאבון!