

תרגיל אליפסות

1. לאליפסה והיפרבולה באותו מישור יש את אותם המוקדים.
 - א. הוכיחו כי הם מאונכים.
 - ב. נסחו והוכיחו משפט דומה על פרבולות מאונכות.
2. אליפסה חסומה במקבילית. נעביר קו ישר שמחבר שתי נקודות השקה על צלעות סמוכות. הראו שהישרה הזה מקביל לאחד האלכסונים של המקבילית.
3. על דף קרטון בצורת עיגול סומנה נקודה (לא במרכז). מיקי מקפל דף נייר, כך שנקודה על היקף המעגל נצמדת לנקודה המסומנת ומישר את הדף שוב. הוא מקפל כל פעם בכיוון אקראי ועושה את זה הרבה פעמים, עד שקצוות הדף הופכים לסמרטוט, וחלק מסוים באמצע הדף נשאר קרטון. מהי הצורה הגיאומטרית של אותו החלק בדף שלא הפך לסמרטוט?
4. הוכיחו את משפט אפולוניוס: למשפחה של מיתרים מקבילים בשניוניות, אמצעי המיתרים נמצאים על קו אחד.
5. שני עיגולים נמצאים בתוך האליפסה, וכל אחד מהם משיק לאליפסה בשתי נקודות. הראו כי לכל נקודה על הקשת של אליפסה בין שני המעגלים, סכום אורכי המשיקים למעגלים הוא אותו דבר.
6. לשתי אליפסות שונות יש מוקד אחד משותף. הוכיחו שיש להם לכל היותר שתי נקודות חיתוך.
7. לשתי פרבולות הציירים מאונכים. הפרבולות נחתכות ב-4 נקודות: A, B, C, D.
 - א. הוכיחו כי הנקודות שייכות למעגל אחד.
 - ב. הוכיחו שמרכז הכובד של 4 הנקודות נמצא בנקודת חיתוך של שני הציירים.
8. נתבונן בכל המלבנים שחוסמים אליפסה נתונה. הראו כי כולם חסומים באותו המעגל.
9. (משפט סלמון) כדור ביליארד נקודתי נע ללא איבוד אנרגיה על פני שולחן ביליארד אליפטי. הוכיחו שכל הקטעים במסלול שלו מקיימים את אחד מבין 3 תנאים (אותו תנאי מתקיים לכל הקטעים):
 - א. כולם משיקים לאליפסה בעלת אותם מוקדים.
 - ב. כולם עוברים דרך אחד המוקדים.
 - ג. אם נמשיך את כל הקטעים לישרים, אז כולם משיקים להיפרבולה בעלת אותם מוקדים.
10. אינסוף נקודות במישור נמצאות במרחקים שלמים זו מזו. הוכיחו כי הן על ישר אחד.
11. לאליפסה נתונה מעבירים שני משיקים מקבילים (בכיוון כלשהו). מעגל משיק לאליפסה ולשני ישרים. מצא את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים מסוג זה.

בתאבון!