

תרגיל בגיאומטריה קומבינטורית

1. האם קיימת קבוצה A במישור כך שלכל קבוצה קמורה C ששטחה 1, מתקיים

$$1 \leq |A \cap C| \leq 5779 ?$$

2. נתון אוסף של n ווקטורים לא אפסיים במישור. תת קבוצה נקראת מגניבה ביותר אם סכום הווקטורים בה הוא מהאורך הכי גדול שאפשר. מהי הכמות המרבית של תתי קבוצת המגניבות ביותר (ל- n נתון)?

3. האם ניתן לחלק משולש ל-1000000 מצולעים קמורים, כך שכל ישר במישור יחתוך פחות מ-40 חלקים?

4. נתונה קבוצה של N נקודות במישור. פיצול שלה לשתי קבוצות זרות נקרא חלוקה. החלוקה טובה היא חלוקה לפי מעגל שלא עובר באף אחת מהנקודות. מה הכמות המרבית של חלוקות טובות שיתכנו?

5. במצולע קמור n צלעות. מבין אלכסוניו $n-3$ נצבעו בירוק ו- $n-3$ נוספים נצבעו באדום, כך שאף שני אלכסונים מאותו צבע לא נחתכים בתוך המצולע. מצאו את המספר הגדול ביותר האפשרי של נקודות חיתוך בין האלכסונים הירוקים לאלכסונים האדומים.

6. במישור סומנו 5776 ריבועים מקבילים לצירים עם אורך צלע 1. נניח כי מבין כל 17 ריבועים יש 4 שיש להם נקודה משותפת. הוכיחו כי ניתן לסמן 16 נקודות, כך שכל ריבוע מכיל נקודה מסומנת.

7. תהא S קבוצה סופית של נקודות במרחב תלת מימדי. נניח כי ההטלה אנכית של S על כל מישור במרחב זה מוכלת בעיגול שרדיוסו 1. האם S בהכרח מוכלת בכדור שרדיוסו 1? אם לא, מצאו את R הקטן ביותר עבורו ניתן להוכיח ש- S מוכלת בכדור שרדיוסו R .