

חשבון זוויות

1. נתון משולש ABC , I מרכז המעגל החוסם. על המשיק למעגל החוסם ב- B נבחרה נקודה X כך ש- $XB = BA$, באופן דומה על המשיק ב- C נבחרה נקודה Y כך ש- $YC = CA$; הנקודות X, Y, A נמצאות באותו צד של הישר BC . הוכיחו כי $\angle XIY + \angle BAC = 180^\circ$.
2. בטרפשו"ש $ABCD$ הבסיסים הם BC ו- AD . מעגל עובר דרך B, C וחותך את AB, BD ב- X, Y . המשיק למעגל ב- C חותך את AD ב- Z . הוכיחו כי X, Y, Z ישר.
3. משולש ABC חסום במעגל ω . D זה עקב אנך מ- A לצלע BC . אמצעי הצלעות AB, AC יסומנו M, N בהתאמה. החיתוך של MN עם האנך האמצעי של BC יסומן K . נקודת החיתוך של הקרן KD עם ω תסומן Q . הוכיחו כי $QKNC$ מעגל.
4. שני מעגלים ω_1, ω_2 הנחתכים בנקודות D, P . נקודות A, B נבחרו על ω_1, ω_2 בהתאמה כך ש- AB משיק לשני המעגלים, והוא יותר קרוב ל- D מאשר ל- P . נקודת החיתוך השנייה של AD עם ω_2 תסומן C . אמצע הקטע BC היא M . הוכיחו כי $\angle MPD = \angle CDB$.
5. במשולש ABC , הזווית $\angle B$ ישרה. עקב הגובה ליתר יסומן D . מרכזי המעגלים החסומים במשולשים ABC, ABD, ACD יסומנו I, P, Q בהתאמה. הוכיחו מרכז המעגל החוסם של המשולש PIQ נמצא על AC .
6. מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC יסומן O ואמצע הצלע AC תסומן M . על הצלעות AB, BC נבחרו נקודות D, E בהתאמה כך ש- $\angle BDM = \angle BEM = \angle ABC$. מרכז המעגל החוסם את המשולש AOC יסומן T . הוכיחו כי BT מאונך ל- DE .
7. נתון מעוין $ABCD$. על האלכסון AC נבחרה נקודה E . על הצלעות AB, BC סומנו נקודות M, N בהתאמה כך ש- $AE = ME, CE = NE$. החיתוך של AN עם CM יסומן ב- K . הוכיחו כי הנקודות D, E, K נמצאות על ישר.
8. נתון משולש ABC , H מפגש גבהים. $AHGB$ מקבילית. נבחרה נקודה I על GH כך ש- AC חוצה את HI . הצלע AC חותכת את המעגל GCI ב- J . הוכיחו כי $AH = IJ$.