

תרגיל 4

1. המישור חולק על ידי n ישרים ומעגלים, הוכיחו כי את המפה שהתקבלה ניתן לצבוע בשני צבעים כך ששני חלקים שכנים (נפרדים על ידי קטע או קשת) נצבעים בצבעים שונים.

2. בפנים של ריבוע עם צלע 1 סומנו $n > 101$ נקודות, כך שאף שלוש לא על ישר. משולש יקרא מסומן אם קודקודיו הם נקודות מסומנות. הוכיחו כי שטחו של אחד המשולשים המסומנים קטן מ- $\frac{1}{100}$.

3. נתון מצולע משוכלל בעל n קודקודים. חישובו את כמות המשולשים השונים (לא חופפים) שקודקודיהם מתלכדים עם קודקודי המצולע.

4. נתון מעגל ועליו מסומנות 100 נקודות כך שהאורכים בין של הקשתות שהנקודות יוצרות הם מספרים טבעיים מ-1 עד 100 בסדר שרירותי. הוכיחו כי קיימות ארבע נקודות מסומנות כך שניתן להעביר דרכן זוג ישרים מאונכים.

5. מהי כמות הנקודות המקסימלית שניתן לסמן כך שאף שלוש לא על ישר אחד ואף אחד מהמשולשים עם קודקודים בנקודות המסומנות לא יהיה קהה זוויות?

א. כאשר הנקודות במישור?

ב. כאשר הנקודות במרחב?

6. נתון ריבוע 1×1 , בתוך הריבוע סומנו n חלקים, כל אחד בצבע שלו, כל חלק מורכב מכמות סופית של רכיבי קשירות רציפים. שטחו של כל חלק לא יורד מ- c . הוכיחו כי קיימים שני צבעים ששטחם המשותף הוא

$$\text{לפחות } 2 \frac{(m-1)}{n-1} \cdot c - \frac{m(m-1)}{n(n-1)} \text{ כאשר } \frac{m-1}{n} \leq c \leq \frac{m}{n}$$