

### תרגיל 3

1. המספרים  $a, b, c$  שונים מ-0, והמספרים  $ab, bc, ca$  רציונאליים.

א. הראו כי  $a^2 + b^2 + c^2$  מספר רציונלי.

ב. הראו שאם  $a^3 + b^3 + c^3$  מספר רציונלי, אז  $a + b + c$  מספר רציונלי.

2. הראו שמבין 504 הספרות הימניות של  $1 + 50 + 50^2 + 50^3 + 50^4 + \dots + 50^{1000}$ , כמות הפעמים שכל ספרה מופיעה זו כפולה של 12.

3. מספרים רציונאליים  $a, b, c$  שונים בזוגות. האם  $\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}}$

הוא רציונלי?

4. מספרים טבעיים  $m, n$  מקיימים  $\frac{m}{n} \leq \sqrt{23}$ . הראו כי  $\frac{m}{n} + \frac{3}{mn} < \sqrt{23}$ .

5. מספרים שלמים מקיימים  $3n + 1 = a^2$ ,  $4n + 1 = b^2$ . הוכיחו כי  $n$  מתחלק ב-56.

6. מצאו את כל הפתרונות השלמים למשוואה  $x^2 + 12 = y^3$ .