תרגיל 1

1. מספרים חיוביים a,b,c,d, $a^3+b^3+c^3+d^3\geq 3$ וגם $a^5+b^5+c^5+d^5\geq 5$.
הראו כי $a+b+c+d\geq \frac{3}{2}$.

2. צלעות המשולש a,b,c ואורכי התיכונים המתאימים m_a,m_b,m_c. הראו כי

$$\frac{m_a}{a}+\frac{m_b}{b}+\frac{m_c}{c}\geq \frac{3\left(m_a+m_b+m_c\right)}{a+b+c}\ .$$

3. עבור $a\geq 1,b\geq 1,c\geq 1$ המקיימים $a+b+c=2abc$, הוכיחו כי

$$\sqrt[3]{\left(a+b+c\right)^2}\geq \sqrt[3]{ab-1}+\sqrt[3]{ac-1}+\sqrt[3]{bc-1}.$$

4. עבור מספרים חיוביים a,b,c הראו כי

$$\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq \sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{16}}+\sqrt[3]{\frac{b^3+c^3}{16}}+\sqrt[3]{\frac{c^3+a^3}{16}}\ .$$

5. עבור מספרים אי-שליליים $a_1,a_2,...,a_n,b_1,b_2,...,b_n$ הראו כי

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\min\left\{a_ia_j,b_ib_j\right\}\leq \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\min\left\{a_ib_j,b_ia_j\right\}$$

6. הראו כי $\left(1+x\right)^{\frac{1}{x}}+\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}\leq 4$ לכל $x>0$.