

מקדמים בינומיים \ משולש פסקל

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

III. גישה אלגברית – הבינום של ניוטון:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \binom{n}{2} x^2 + \dots$$

II. גישה קומבינטורית.

כמות הדרכים לבחור תת-קבוצה של k בקבוצה של n .

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

I. גישה אינדוקטיבית

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

כמות הדרכים הקצרות ביותר על קווי רשת משבצות m - $(0,0)$ ל- (k,m) , כאשר $k+m=n$.

זהויות ידועות

א. $\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots \approx \frac{2^n}{3}$

ב. $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \dots$

ג. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = ?$

ד. $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots \pm \binom{n}{k} = ?$

ה. $\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \dots + \binom{k+m}{k} = ?$

ו. $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$

ז. $\binom{n}{0} + \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{3}\binom{n}{2} + \dots + \frac{1}{n+1}\binom{n}{n} = ?$

ח. $\binom{n}{1} + 2 \cdot \binom{n}{2} + 3 \cdot \binom{n}{3} + \dots + n \cdot \binom{n}{n} = ?$

ט. $\binom{n}{0} + \binom{n-1}{1} + \binom{n-2}{2} + \dots = ?$

י. * זהות של אבל (Abel): $(p+r)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (p-kq)^{k-1} (r+kq)^{n-k}$, כאשר n טבעי, p, q, r ממשיים, p שונה מ-0.

הכללה – מקדמים מולטינומיים: טיולים בשריג n -ממדי, חלוקה ל- m מחלקות בגודל נתון, $\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_m!}$, $(a_1 + a_2 + \dots + a_m)^n$.

