



## משחקים

איילה תמיד עושה את המהלך הראשון



1. שח כפול מתנהל לפי חוקי שחמט רגיל רק שבכל פעם שחקן עושה שני מהלכים רצופים. בהנחה שהלבן (איילה) משחק בצורה האופטימלית, האם השחור (ברווז) יצליח לנצח?

2. איילה וברווז משחקים במשחק הבא: בהתחלה על השולחן מונחות 11 ערימות של 10 אבנים כל אחת. כל שחקן בתורו לוקח 1, 2 או 3 אבנים, אבל איילה במהלך שלה לוקחת את כל האבנים מערימה אחת, וברווז לוקח את כל האבנים מערימות שונות. איילה מתחילה. מפסיד מי שלא יכול לבצע מהלך. למי מהשחקנים יש אסטרטגיה מנצחת?

3. לאיילה וברווז חמישה דליים ריקים בגודל שני ליטרים העומדים במעגל. הם משחקים במשחק הבא: בכל תור של איילה היא מרוקנת בקבוק של ליטר מים לתוך חמשת הדליים כרצונה. בכל תור של ברווז הוא בוחר שני דליים רצופים ומרוקן אותם. איילה תנצח אם היא תצליח לגרום לאחד הדליים "לעלות על גדותיו", אחרת ברווז ינצח. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

4. לאיילה וברווז לוח משבצות בגודל  $2000 \times 1$ . כל אחד בתורו רושם את האות "ס" או את האות "ו" באחת מהמשבצות הריקות על פי בחירתו. מי שיוצר את המילה "סוס" מנצח. אם לאחר שכל הלוח התמלא לא נוצרה המילה "סוס" מוכרז תיקו. מה תהיה תוצאת המשחק?

5. נתון לוח משבצות  $69 \times 49$ , כל  $50 \cdot 70$  הקודקודים שלו צבועים באדום. איילה וברווז משחקים במשחק הבא: מהלך מורכב מצביעת שני קודקודים אדומים בכחול והעברת הקטע המחבר את שתי הנקודות (שני קטעים יכולים להיחתך בפנים שלהם). השחקנים משחקים בתורות עד שכל הקודקודים נצבעים בכחול. לאחר מכן, איילה מכוונת את כל הקטעים, כלומר כל קטע  $AB$  מחליפה בווקטור  $\overrightarrow{AB}$  או בווקטור  $\overrightarrow{BA}$ . אם איילה מצליחה לכוון את כל הקטעים כך שסכום הווקטורים שהתקבלו שווה ל-0 אז היא מנצחת. אחרת ברווז מנצח. למי יש אסטרטגיה מנצחת?

6. לאיילה וברווז חפיסת קלפים המורכבת מ-1024 קלפים, על כל קלף רשומה קבוצה של ספרות עשרוניות (0 עד 9) שונות כך שעל כל שני קלפים שונים רשומות קבוצות שונות (על אחד הקלפים לא רשום כלום). איילה וברווז משחקים במשחק הבא: כל אחד בתורו בוחר קלף אחד מהחפיסה ולוקח אותו. כאשר כל הקלפים חולקו כל אחד בודק האם הוא יכול לזרוק קלף אחד כך שכל ספרה תופיע על מספר זוגי של קלפים שלו. אם שחקן אחד יכול לעשות זאת והשני לא אז הוא המנצח, אחרת מוכרז תיקו.

א. הוכיחו כי לאיילה יש אסטרטגיה מנצח.

ב. עבור אילו מהלכים ראשונים של איילה עדיין תהיה לה אסטרטגיה מנצחת?