

תרגיל 11

1. תהינה D, C, B, A ארבע נקודות שונות על ישר אחד, בסדר זה. המעגלים עם הקטרים AC ו- BD נחתכים ב- X ו- Y . הישר XY חותך את BC ב- Z . נבחרה נקודה P על ישר XY שאינה Z . הישר CP חותך שנית את המעגל שקוטרו AC בנקודה M . הישר BP חותך שנית את המעגל שקוטרו BD בנקודה N . הוכיחו כי הישרים AM, DN, XY נחתכים בנקודה אחת.

2. נתונים שני מעגלים ω_1 ו- ω_2 הנחתכים ב- A, B . בנוסף נתונה נקודה C על ω_1 . המשיק ל- ω_1 ב- C חותך את AB ב- D . השיקוף של C ביחס ל- D יסומן ב- E . המשיקים ל- ω_2 דרך E משיקים לו בנקודות Q, P . הוכיחו כי CPQ ישר.

3. נתון משולש ABC , המעגל החסום במשולש יסומן ω . נקודות ההשקה של ω עם הצלעות AB, AC, BC יסומנו F, E, D בהתאמה. AD חותך את ω שנית בנקודה K . האנך ל- AD דרך K חותך את EF בנקודה M . הוכיחו כי AM מקביל ל- BC .

4. נתון משולש ישר זווית ABC (הזווית C ישרה). עקב האנך מ- C יסומן D . בנוסף נתונה נקודה X על הקטע CD ושתי נקודות L, K על הקטעים AX, BX בהתאמה כך ש- $BK = BC$ ו- $AL = AC$. החיתוך של AL עם BK יסומן M . הוכיחו כי $MK = ML$.

5. נתון משולש ABC ומרכז המעגל החסום במשולש שיסומן I . המעגל החסום של המשולש יסומן ω . האנך ל- AI ב- I חותך את AB, AC ב- F, E בהתאמה. המעגלים AIC, AIB חותכים את המעגל AEF שנית בנקודות N, M בהתאמה, בנוסף המעגל AEF חותך את ω שנית בנקודה Q . הוכיחו כי MN, AQ ו- BC נחתכים בנקודה.

6. נתון משולש ABC ומרכז המעגל החסום במשולש שיסומן I . נסמן ב- D את אמצע הקשת BC וב- E את אמצע הקשת BAC . האנך מ- D ל- IE חותך את BC בנקודה X . באופן דומה נגדיר את Y, Z .
א. הוכיחו כי X, Y, Z נמצאים על ישר.
ב. הוכיחו כי ישר זה מאונך לישר OI , כאשר O זה מרכז המעגל החסום של ABC שיסומן ω .