

חברותומס

1. האם יתכן ש- $3^n + 2 \cdot 17^m$ הוא ריבוע שלם?

2. פתרו את המשוואה הבאה בשלמים:

$$m^2 + n^2 + k^2 = 2mnk$$

3. הראו כי לכל m, n שלמים חיוביים מתקיים ש-

$$\frac{\gcd(m, n)}{n} \cdot \binom{n}{m}$$

שלם.

4. יהיו m, n שלמים חיוביים עבורם מתקיים ש- $3n^2 + n = 4m^2 + m$. הראו כי $n - m$ הוא ריבוע שלם.

5. מצאו את כל הזוגות (n, p) של שלמים חיוביים, כך שארבעת המספרים, $p, p + 2, p + 2^n, p + 2^n + 2$ הם מספרים ראשוניים.

6. פתרו את המשוואה הבאה בשלמים:

$$3^n + 4^m = 5^k$$

7. נתונים a, b שלמים חיוביים שונים עבורם מתקיים ש-

$$a^2 + ab + b^2 \mid ab(a + b)$$

הראו כי $|a - b| > \sqrt[3]{ab}$.

8. יהי $n > 1$ שלם ו- p ראשוני. נתון ש- $n \mid p - 1$ ו- $p \mid n^3 - 1$. הראו כי $4p - 3$ הוא ריבוע שלם.

9. פתרו את המשוואה הבאה בשלמים חיוביים:

$$2^m - 1 = mn$$

10. תהי M קבוצה של מספרים ראשוניים. נתון ש- M מכילה לפחות שלושה איברים. לכל $A \subset M$ נסמן ב- Π_A את מכפלת האיברים ב- A . נתון שלכל $A \neq M, \emptyset$, כל המחלקים הראשוניים של $\Pi_A - 1$ שייכים ל- M . הראו כי M היא קבוצת כל המספרים הראשוניים.

בתאבון!