

תרגיל גיאומטרי

1. נתון משולש שווה שוקיים ABC . נקודה P על המשך הצלע BC . נקודות X, Y נמצאות על הישרים AB, AC בהתאמה כך ש- $PX \parallel AC$ ו- $PY \parallel AB$. נקודה T זה אמצע הקשת BC . הוכח כי $PT \perp XY$.
2. נתון טרפז $ABCD$, $AB \parallel CD$. נקודת חיתוך האלכסונים. מעגל ω_1 עובר ב- B ומשיק ל- AC ב- A . מעגל ω_2 עובר ב- C ומשיק ל- BD ב- D . מעגל ω_3 חוסם את BCP . ω_1 ו- ω_3 נחתכים שנית ב- K . והמעגלים ω_2 ו- ω_3 נחתכים שנית ב- L . הוכח כי BK ו- CL נחתכים על AD .
3. נתון משולש ABC ומעגל חוסם שלו ω . מעבירים מעגל דרך A, C שחותך את AB, AC ב- K, N בהתאמה, נסמן את מרכז המעגל ב- O . המעגל החוסם של BKN חותך את ω ב- M . הוכח כי $\sphericalangle OMN = 90^\circ$.
4. נתון משולש ABC כך ש- $AB \neq AC$. נסמן את אמצע BC ב- O ונעביר מעגל ω שמרכזו O ועובר ב- B, C . נסמן את החיתוך של ω עם AB, AC ב- M, N בהתאמה. חוצה זווית $\sphericalangle BAC$ וחוצה זווית $\sphericalangle MON$ נפגשים ב- R . הוכח שהמעגלים BMR, CNR נחתכים על BC .
5. נתון משולש ABC ומרכז המעגל החוסם אותו O . המעגל החוסם מבחוק, הנמצא מול הקודקוד A , שיסומן ω , משיק ל- AB, AC, BC ב- L, N, M . נתון שהמעגל החוסם את ABC ו- ω שווים רדיוסים. הוכח כי O זה מפגש גבהים במשולש MNL .
6. נתון מרובע חסום במעגל $ABCD$. מפגש אלכסוני המרובע יסומן ב- P . E, F נקודות על AB, CD בהתאמה כך ש- $PE \perp AB$ ו- $PF \perp CD$. אמצעי הצלעות AD, BC יסומנו ב- M, N בהתאמה. הוכח כי $MN \perp EF$.
7. נתונים שני מעגלים ω_1 ו- ω_2 הנחתכים ב- M, N . נעביר משיק משותף לשני המעגלים המשיק ל- ω_1 ב- A ול- ω_2 ב- B כך ש- AB כרוב יותר ל- M . נעביר דרך M ישר המקביל ל- AB , הישר יחתוך את ω_1 ב- C ואת ω_2 ב- D . נסמן את נקודת החיתוך של AC עם BD ב- E . הישרים AN, BN חותכים את CD ב- P, Q בהתאמה. הוכיח כי $EP = EQ$.
8. נתון משולש ABC , $\sphericalangle B > \sphericalangle C$. M זה אמצע BC . BD, CE גבהים. נסמן את אמצעי MD, ME ב- K, E בהתאמה. נעביר דרך A ישר המקביל ל- BC ונחתוך אותו עם KL בנקודה T . הוכח כי $TA = TM$.
9. נתון טרפז שווה שוקעים $ABCD$ החסום במעגל ω . נבחר נקודה G בפנים של המשולש BCD . AG, BG חותכים את ω ב- P, Q בהתאמה. הישר המקביל ל- AB שעובר ב- G חותך את BD, BC ב- R, S בהתאמה. הוכח כי המרובע $RSPQ$ חסום במעגל אם ורק אם BG חוצה את הזווית CBD .

בתאבון!