

גיאוקומבי

1. נתונים 12 וקטורי יחידה שמהווים קודקודים של מצולע משוכלל עם מרכז בראשית הצירים. מצאו את כמות הנקודות שניתן להציג כסכום של וקטורים שונים מהקבוצה.
2. המשבצות שעל שטח הפנים של קוביה $n \times n \times n$ חולקו לזוגות של משבצות סמוכות לפי צלע (גם שתי משבצות בקצוות של פאות שונות יכולות להיות סמוכות). לאחר מכן הסתבר שלכל זוג, מתוך 6 המשבצות השכנות שלו, בדיוק 2 נמצאות בזוג אחת עם השנייה. עבור אילו ערכי n זה אפשרי?
3. האם ניתן לחלק ריבוע למצולעים קמורים, כך שלא מופיע משולש, ולכל אחד יש כמות ייחודית של צלעות?
4. על השולחן מונח מצולע מעץ. כמה מסמרים בטוח יספיקו בשביל לקבע את המצולע על השולחן?
5. ארבעון מרחבי חולק ל-5 פאונים קמורים. האם יתכן שלכל אחד מהם יש:
א. האם יתכן שלכל אחד מהפאונים הקמורים האלה יש בדיוק 9 פאות?
ב. האם יתכן שלכל אחד מהפאונים הקמורים האלה יש בדיוק 7 פאות?
6. נתונים n מצולעים דומים במישור במצב כללי (אף קודקוד של מצולע לא נמצא על השפה של מצולע אחר). נתון שלכל שני מצולעים יש הומותטיה עם מקדם חיובי שמעבירה אחד לשני. בנוסף נתון שכל שניים נחתכים. הוכיחו שאם לכל מצולע יש k קודקודים, אז יש נקודה שמישור ששייכת ל- $1 + \frac{n-1}{2k}$ מצולעים.
7. אילו מצולעים משוכללים ניתן לחתוך למשולשים חופפים, רק על ידי אלכסונים?
8. נתונה פיסת נייר עם שטח $\frac{1}{2}$, בצורת משולש שריבועי צלעותיו הן מספרים שלמים. האם בהכרח ניתן, בעזרת קיפולים של הנייר, ליצור ריבוע עם שטח $\frac{1}{4}$?
9. נתון n טבעי שמתחלק ב-4. מצאו את המספר המקסימלי s כך שלכל n נקודות בריבוע היחידה במצב כללי קיים מלבן עם שטח s שמוכל בריבוע היחידה, מכיל נקודה אחת בדיוק וצלעותיו מקבילות לצירים.

בתאבון!