

# הערכות בציורים

**הגדרה:** שני מצולעים קמורים נקראים "צמודים" אם הם חולקים צלע משותפת (קטע ושני קודקודים), והחיתוך שלהם לא ריק (קיימת נקודה במישור שנמצאת בתוך שני המצולעים).

1. הראו שלכל משולש, קיים ריבוע שמכיל את המשולש, וצמוד לו.
2. ישרים  $l_1$  ו- $l_2$  מקבילים, והנקודה  $X$  במרחק שווה משניהם. מעגל  $\Omega$ , עם מרכז ב- $Y$ , חותך את הישר  $l_1$  בנקודות  $A$  ו- $B$ , ואת הישר  $l_2$  בנקודות  $C$  ו- $D$ , כך שהמרובע  $ABCD$  קמור. האלכסונים  $AC$  ו- $BD$  במרובע נפגשים בנקודה  $P$ . הראו כי זווית  $XPY$  היא חדה.
3. יהי  $\Delta$  משולש, ו- $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ . על כל צלע של  $\Delta$ , מציירים משולש שווה שוקיים צמוד, עם זווית ראש  $\alpha$  (המשולש שווה השוקיים חולק את הבסיס שלו עם  $\Delta$ ). הראו כי קיים ערך של  $\alpha$ , כך שאיחוד שלשת המשולשים שווים השוקיים הצמודים מכיל את  $\Delta$ , לכל בחירה של  $\Delta$ . מהו הערך המקסימאלי של  $\alpha$  עבורו התנאי מתקיים?
4. נתון מצולע קמור במישור עם  $k$  צלעות. על כל צלע של המצולע, ציירו מצולע משוכלל עם  $k$  צלעות, שצמוד למצולע המקורי. הראו כי איחוד כל המצולעים המשוכללים מכיל את המצולע הקמור המקורי.
5. יהיו  $\alpha, \beta, \gamma$  שלושה משולשים משוכללים במישור. נתון שהמרכז של כל אחד מהמשולשים, הוא קודקוד של לפחות אחד מהמשולשים האחרים. נניח שחיתוך הפנים של שלושת המשולשים הוא ריק. הראו כי לפחות שניים מהמשולשים הם חופפים.
6. במשולש  $ABC$  כל הזוויות קטנות או שוות ל- $100^\circ$ , הנקודות  $A_1, B_1, C_1$  הן עקבי חוצי הזוויות הפנימיים. הראו כי הזוויות של המשולש  $A_1B_1C_1$  חדות.
7. יהי  $ABC$  משולש חד-זווית. על כל אחד משלושת הצלעות ( $AB, BC, AC$ ), מציירים משושה משוכלל שצמוד למשולש  $ABC$ . הראו שאיחוד שלושת המשושים מכיל את המעגל החוסם של  $ABC$ .
8. יהי  $ABC$  משולש חד-זווית עם מעגל חוסם  $\Omega$ . נסמן ב- $D, E, F$  את אמצעי הקשתות  $AB, AC, BC$  של  $\Omega$ . הראו כי מרכז המעגל החוסם במשולש  $DEF$  נמצא בתוך המשולש  $ABC$ .

9. במרובע קמור  $ABCD$  מתקיים:

$$\begin{cases} \angle ACD + \angle BCD < 180^\circ \\ \angle ADC + \angle BDC < 180^\circ \end{cases}$$

חוצי זוויות של  $\angle CAD$  ו- $\angle CBD$  פוגשים את  $CD$  בנקודות  $P$  ו- $Q$ . הראו כי הנקודות  $C, Q, P, D$  נמצאות על הישר  $CD$  בסדר הזה.

10. יהי  $ABC$  משולש חד-זווית. האנך האמצעי של  $BC$  חותך את הישרים  $AB, AC$  בנקודות  $A_1$  ו- $A_2$ . נסמן ב- $A'$  את אמצע הקטע  $A_1A_2$ . נגדיר את הנקודות  $B'$  ו- $C'$  באופן סימטרי.

הוכיחו כי:  $S_{A'B'C'} \geq S_{ABC}$ .

**בתיאבון!**