

## נקודת הכריש

בכל השאלות, נתון משולש  $ABC$  עם מעגל חוסם  $\Omega$  ומעגל חסום  $\omega$  שמרכזו  $I$ . נסמן ב- $D, E, F$  את נקודות החיתוך של  $\omega$  עם הצלעות  $BC, AC, AB$  בהתאמה. נסמן ב- $P$  את עקב הגובה מ- $D$  ל- $EF$ . נסמן ב- $S$  את החיתוך של המעגל עם קוטר  $AI$  עם  $\Omega$ .

1. נסמן ב- $X$  את החיתוך של  $DP$  עם  $AB$ . הוכיחו שהזווית  $XSF$  ישרה.
2. נסמן ב- $T$  את החיתוך של המעגל עם קוטר  $AP$  עם  $\Omega$ , ונסמן ב- $X$  את החיתוך של  $AT$  עם  $BC$ . הוכיחו ש- $XI$  מאונך ל- $AI$ .
3. נסמן ב- $I_a$  את מרכז המעגל החסום מבחוץ שמתאים ל- $A$ , ונסמן נקודה  $K$  על הישר  $BC$  שמקיימת  $KI = KI_a$ . נסמן ב- $S'$  נקודה על  $\Omega$  כך שהזווית  $AS'I_a$  ישרה. הוכיחו ש- $AK$  עובר באמצע  $SS'$ .
4. נסמן ב- $M$  את אמצע  $BC$ . נסמן ב- $G$  את החיתוך של  $DP$  עם  $\omega$  וב- $X$  את החיתוך השני של  $AG$  עם  $\omega$ . נסמן ב- $T$  את החיתוך של  $AP$  עם  $BC$ . הוכיחו שהישר  $TI$  עובר במרכז המעגל החוסם של  $XDM$ .
5. נסמן ב- $Y$  את החיתוך של  $BP$  עם  $AC$  ונסמן ב- $Z$  את החיתוך של  $CP$  עם  $AB$ . נסמן ב- $H$  את החיתוך של הגובה מ- $A$  ל- $BC$  עם המעגל  $AYZ$  שאינו  $A$ . הוכיחו ש- $HPI$  ישר.
6. נסמן ב- $T$  את החיתוך השני של  $AP$  עם  $\Omega$ , וב- $M$  את אמצע  $BC$ . הוכיחו שמרכז המעגל החסום במשולש  $STM$  נמצא על  $BC$ . מי הם מרכזי המעגלים החסומים מבחוץ של המשולש  $STM$ ?
7. \*נסמן ב- $Y$  את החיתוך של  $BP$  עם  $AC$  ונסמן ב- $Z$  את החיתוך של  $CP$  עם  $AB$ . נסמן ב- $K, L$  את החיתוכים של הישר  $EF$  עם הישרים  $BC, YZ$  בהתאמה. נסמן ב- $X$  את החיתוך של  $AS$  עם  $BC$ . הוכיחו ש- $SKXL$  מעגל ושהוא משיק למעגל עם קוטר  $AI$ .
8. \*\*\*נסמן ב- $M$  את אמצע  $BC$ , ונסמן ב- $H$  את האנך מ- $M$  ל- $EF$ . הישר  $EF$  חותך את  $\Omega$  ב- $Q, R$ . הוכיחו שהציר הרדיקלי של המעגלים החסומים את  $AHI$  ו- $MRQ$  והישר  $HI$  נחתכים על  $\Omega$ .