

גיאור

1. האם קיים מצולע קמור עם $N \geq 5$ צלעות, כך שאף הטלה של קודקוד לצלע שהוא לא נמצא בה נמצאת בתוך הצלע (כולל הקצוות)?
2. נתון $n \geq 3$ שלם. שני מצולעים משוכללים \mathcal{A}, \mathcal{B} בעלי n צלעות הונחו במישור. הוכיחו כי הקודקודים של \mathcal{A} שנמצאים בתוך \mathcal{B} או על השפה שלו הם כולם עוקבים. (כלומר, ניתן להפריד אותם מהקודקודים האחרים של \mathcal{A} על ידי ישר).
3. נתונים מצולעים משוכללים P, P' בעלי n צלעות ונקודות A, A' בתוכם בהתאמה. מסתבר המרחקים מ- A לקודקודים של P הם תמורה של המרחקים מ- A' לקודקודים של P' . האם בהכרח P, P' חופפים?
4. איילה בוחרת 5 נקודות במישור כך שאף 3 לא על ישר. ברווז בוחר נקודה שישית כך שעדיין אין 3 נקודות על ישר אחד. מטרתה של איילה היא לבנות שני משולשים מתוך שש הנקודות כך שניתן להכניס אחד מהם לתוך השני. האם איילה יכולה לבחור את הנקודות ההתחלתיות כך שהיא תצליח ללא תלות בבחירה של ברווז?
5. האם קיימת פונקציה חד-חד-ערכית ועל מהמישור לעצמו, שמעבירה כל מעגל לשפה של משולש?
6. גמל סימן 6 נקודות במישור, ורשם את השטחים של כל המשולשים בעלי קודקודים מסומנים. האם ייתכן ש-20 המספרים הללו הינם שלמים וסכומם הוא 2019?
7. במישור מוקמו מספר סופי של קירות, שהם קטעים זרים שלא מקבילים לאף אחד מהצירים. בולדוזר מתחיל לנוע מנקודה כלשהי במישור, בכיוון של אחד הצירים. כאשר הבולדוזר נתקע בקיר, הוא מסתובב ב- 90° , הרחק מהקיר, וממשיך לנוע. הוכיחו כי לא ייתכן שהבולדוזר נתקע בכל קיר משני הצדדים שלו.
8. על מישור בקמלוט המלך ארתור בונה מבוך \mathcal{L} המורכב מ- n קירות, כאשר כל קיר הוא ישר אינסופי. אף שני ישרים אינם מקבילים, ואף שלושה לא נחתכים בנקודה אחת. מרלין צובע צד אחד של כל קיר באדום ואת הצד האחר בכחול. בנקודת המפגש של שני קירות נוצרות ארבע פינות: שתיים נגדיות בהן נפגשים קיר אדום וקיר כחול, אחת לגמרי אדומה ואחת לגמרי כחולה. בכל נקודת מפגש כזו, יש דלת דו כיוונית שמחברת את שתי הפינות הצבעוניות. לאחר שמרלין צובע את הקירות, מורגנה ממקמת מספר אבירים בתוך המבוך. האבירים יכולים לעבור דרך דלתות, אבל לא דרך קירות. נסמן ב- $k(\mathcal{L})$ את המספר המקסימלי k כך שללא תלות בצביעה של מרלין, מורגנה תמיד תוכל למקם לפחות k אבירים במבוך כך שאף שניים לא יוכלו להיפגש לעולם. לכל n , מצאו את כל האפשרויות ל- $k(\mathcal{L})$, כאשר \mathcal{L} מורכב מ- n קירות.
9. דורבן והיפו משחקים משחק. תחילה, דורבן בוחר 2018 וקטורים במישור שסכומם 0. בכל תור לאחר מכן, כאשר היפו מתחיל, השחקן שתורו בוחר וקטור שעוד לא נבחר וממקם אותו במישור. בכל תור שאינו הראשון, חייב השחקן למקם את הוקטור בסמוך לוקטור הקודם (כלומר, תחילת הוקטור החדש צריכה להתלכד עם סוף הוקטור הקודם). בסוף המשחק נוצר מצולע סגור. דורבן מנצח אם המצולע לא חותך את עצמו, ואחרת היפו מנצח. למי יש אסטרטגיה מנצחת?
10. נתון $n > 1$ שלם, ונתונות $2n$ נקודות במישור כך שאף 3 לא נמצאות על ישר אחד. הנקודות מסומנות ב- A_1, A_2, \dots, A_{2n} בסדר כלשהו. כלב ים מודד את הזוויות $\angle A_1 A_2 A_3, \angle A_2 A_3 A_4, \dots, \angle A_{2n-2} A_{2n-1} A_{2n}, \angle A_{2n-1} A_{2n} A_1, \angle A_{2n} A_1 A_2$ בין 0° ל- 180° . הוכיחו כי ניתן לסדר את הנקודות בסדר מסוים כך שניתן לחלק את $2n$ הזוויות לשתי קבוצות בעלות סכום שווה.
11. הוכיחו כי קיים קבוע $c < 1$ בעל התכונה הבאה: כל מצולע \mathcal{P} עם שטח 1 ניתן להזיז במרחק $\frac{1}{100}$ כדי לקבל מצולע \mathcal{Q} כך שהשטח של החיתוך של \mathcal{P}, \mathcal{Q} יהיה לכל היותר c .

קומבי