

פונקציות יוצרות

1. סדרה של מספרים טבעיים עולים. נתון שלכל m טבעי קיימים מספרים טבעיים i, j, k יחידים (לאו דווקא שונים) כך ש:

$$m = a_i + 2a_j + 4a_k$$

מצאו את a_{5777} .

2. מלבן בגודל $a \times b$ פורק לחתיכות בגודל $1 \times p$ וחתיכות בגודל $1 \times q$. הוכיחו שאם b -ש מתחלק ב- p או a -ש מתחלק ב- q .

3. בהינתן תמורה (a_1, a_2, \dots, a_n) נקרא לה מתחלפת אם הסדרה $a_{i+1} - a_i$ מחליפה סימן כל פעם. נסמן ב- A_n את כמות התמורות המתחלפות שמתחליות בעלייה, מצאו נוסחת נסיעה על A_n .

4. מצאו את המקדמים של טור הטיילור (ליד אפס) של הפונקציה:

(א) $\tan(x)$

(ב) $\sec(x) \left(:= \frac{1}{\cos(x)} \right)$

5. ישנן $2n$ נורות כבויות, מבצעים תהליך באורך k עבור k גדול מ- n ומאותה זוגיות. בכל פעולה מדליקים נורה כבויה או מכבים נורה דלוקה. נסמן ב- N את כמות התהליכים בסוף n הנורות הראשונות דלוקות והאחרות כבויות, נסמן ב- M את כמות התהליכים שבנוסף נגענו רק ב- n הנורות הראשונות. מצאו את היחס N/M .

6. הוכיחו שיש חלוקה יחידה של המספרים הטבעיים לשתי קבוצות A, B , כך שכמות הדרכים להציג מספר טבעי n בתור $a_1 + a_2$ עבור $a_1, a_2 \in A$ שונים, שווה לכמות הדרכים להציג אותו בתור $b_1 + b_2$ עבור $b_1, b_2 \in B$ שונים.

*7. מצאו את מספר הדרכים לפרק מצולע קמור עם r קודקודים ל- k חלקים באמצעות אלכסונים שאינם נחתכים.

בתיאבון!