

משחקים

1. על הלוח רשום המספר 1. שני שחקנים משחקים בתורות. לכל אחד מהם מותר בכל תור להכפיל את המספר פי 2 או להוסיף לו 1. אסור שהמספר יעבור את החסם N . מי שאין לו מהלך חוקי מפסיד. מי מנצח כתלות ב- N ?
2. שני שחקנים לפי התור צובעים את המספרים בין 1 ל- n , כל אחד בצבע משלו. אסור שיהיו 2 מספרים סמוכים באותו צבע. אם כל המספרים נצבעו יש תיקון, אחרת מי שלא יכול לעשות מהלך מפסיד. מה תוצאת המשחק?
3. בשורה רשומים 1000 מספרים שלמים. קין והבל משחקים משחק כזה: בכל תור קין בוחר רצף באורך כלשהו של מספרים בשורה, והבל מוסיף לכולם 1 או מחסר מכולם 1, לבחירתו. קין רוצה לגרום לזה שברגע כלשהו, כמה שיותר מספרים יתחלקו ב-4. מה המקסימום שהוא יכול?
4. גנרל טילי ודוכס וולנשטיין משחקים "הפרד ומשול". החוקים של המשחק הם כאלה: יש צבא המורכב מ- N החיילים המחולקים ל- M כיתות (הכיתות לא בהכרח שוות בגודלן). כל אחד מהשחקנים יכול בתורו לתת לצבא אחת משתי פקודות:
 1. "הפרד" - השחקן בוחר כיתה ומחלק אותה ל-2 כיתות חדשות כך שבכל אחת מהן יש לפחות חייל אחד.
 2. "משול" - חייל אחד מכל כיתה עוזב את הצבא.מי שגורם לחייל האחרון מכיתה כלשהי לעזוב מפסיד. הדוכס מתחיל.
 - א. מי מנצח אם הצבא מורכב מ-7 כיתות ו-7 חיילים בכל כיתה?
 - ב. מי מנצח באופן כללי, כתלות בכמות החיילים שיש בכל כיתה.
5. יוליוס קיסר ציווה על שני משרתים לבדר אותו במשחק מלחמה. הוא חילק ביניהם חבילת קלפים ממסופרים $1, \dots, n$. בכל פעם, שני המשרתים צריכים לפתוח את הקלף העליון בחבילה שלהם, וזה שיש לו קלף יותר גבוה לוקח את שני הקלפים לתחתית החבילה שלו בסדר לבחירתו. יוליוס לא ייתן למשרתים ללכת עד שהמשחק יגמר, כלומר שלאחד מהשחקנים יגמרו הקלפים. האם האסירים יכולים להינצל ממשחק מלחמה אינסופי?
6. יהא k מספר טבעי. סדרה סופית x_1, x_2, \dots, x_n של מספרים שלמים כתובה על הלוח. לב ודן משחקים במשחק הבא: בכל סיבוב, דן מחלק את הסדרה לשני חלקים רצופים או יותר. אם מספר החלקים גדול מ-2, אז דן צריך שהסכום של המספרים בכל חלק יתחלק ב- k . לאחר מכן, לב בוחר את אחד החלקים, מוחק את השאר, והמשחק ממשיך עם החלק שנבחר. המשחק נגמר כאשר רשום על הלוח מספר אחד. הוכח שדן יכול לסיים את המשחק תוך $3k$ מהלכים לכל היותר.
7. רושמים את המספרים בין 1 ל-2013 על קלפים. מניחים את הקלפים הפוך. השחקן הראשון יכול בכל פעם לבחור 10 קלפים ואז השחקן השני מסתכל עליהם ואומר לו מספר אחד מאלו שרשומים על הקלפים. הראשון רוצה למצוא כמה שיותר קלפים שהוא יודע מה המספר שרשום עליהם. השני רוצה להפריע לו. כמה קלפים השחקן הראשון יכול לגלות?

בתאבון!