

משוואות פונקציונליות

כל הפונקציות הן מ \mathbb{R} לעצמו אלא אם כן צוין אחרת. כמו כן, אלא אם כן צוין אחרת, מטרת השאלה היא למצוא את כל הפתרונות למשוואה הפונקציונלית.

$$1. f(xf(y)) = xy$$

$$2. f: \mathbb{Z}_{>0} \times \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$. f(x, x) = x, f(x, y) = f(y, x), (x + y)f(x, y) = yf(x, x + y)$$

$$3. f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4f(x)y$$

4. מצאו את כל הקבועים $c \in \mathbb{R}$ עבורם קיים פתרון $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ למשוואה

$$. f(x + y^2) \geq cf(x) + y$$

$$5. f(x + y) = f(x)u(y) + f(y) \text{ מונוטונית עולה.}$$

6. נתון כי $f(x^3 + y^3) = (x + y)(f(x)^2 - f(x)f(y) + f(y)^2)$. הוכיחו כי

$$. f(1996x) = 1996f(x)$$

$$7. f(x - f(y)) = f(x) + xf(y) + f(f(y)) - 1$$

$$8. f(f(x)) = x^2 - x - 3$$

בתיאבון!