

משוואות פונקציונליות

כל הפונקציות הן מ- \mathbb{R} לעצמו אלא אם כן צוין אחרת. כמו כן, אלא אם כן צוין אחרת, מטרת השאלה היא למצוא את כל הפתרונות למשוואה הפונקציונלית.

$$1. f: \mathbb{Z}_{>0} \times \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$. f(x, x) = x, f(x, y) = f(y, x), (x + y)f(x, y) = yf(x, x + y)$$

$$.2 f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4f(x)y$$

$$.3 f(x^2 - y^2) = xf(x) - yf(y)$$

$$.4 מצאו את כל הקבועים $c \in \mathbb{R}$ עבורם קיים פתרון $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ למשוואה$$

$$. f(x + y^2) \geq cf(x) + y$$

$$.5 $f(x + y) = f(x)u(y) + f(y)$ ו- f מונוטונית עולה.$$

$$.6 נתון כי $f(x^3 + y^3) = (x + y)(f(x)^2 - f(x)f(y) + f(y)^2)$. הוכיחו כי$$

$$. f(1996x) = 1996f(x)$$

$$.7 מצאו את כל הקבועים $\alpha \in \mathbb{R}$ עבורם קיים פתרון יחיד למשוואה$$

$$. f(x^2 + y + f(y)) = f(x)^2 + \alpha y$$

$$.8 f(f(x)) = x^2 - x - 3$$

$$.9 $f(x + f(y)^2) = f(x + y)^2$ ונתון בנוסף ש- $f(0) \in \mathbb{Q}$.$$

$$.10 f(xf(x + y)) = f(yf(x)) + x^2$$

בתיאבון!