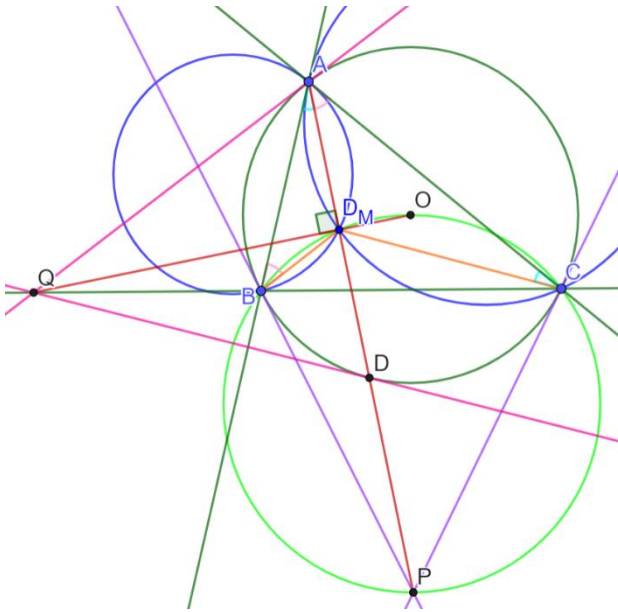
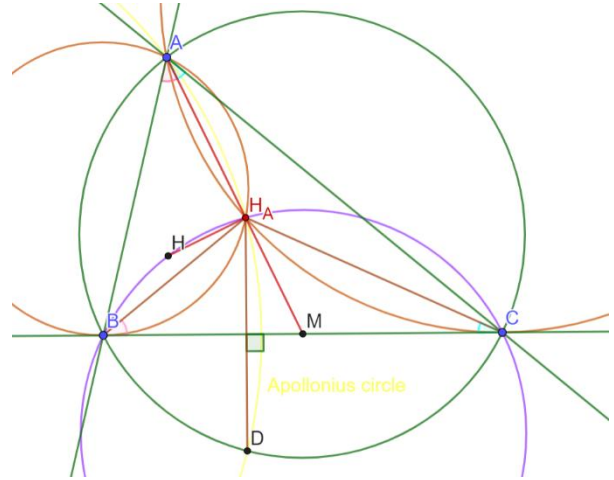


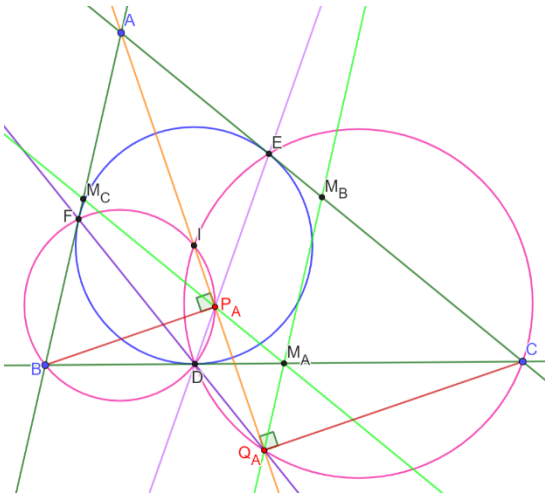
נקודת דאמפטי במשולש



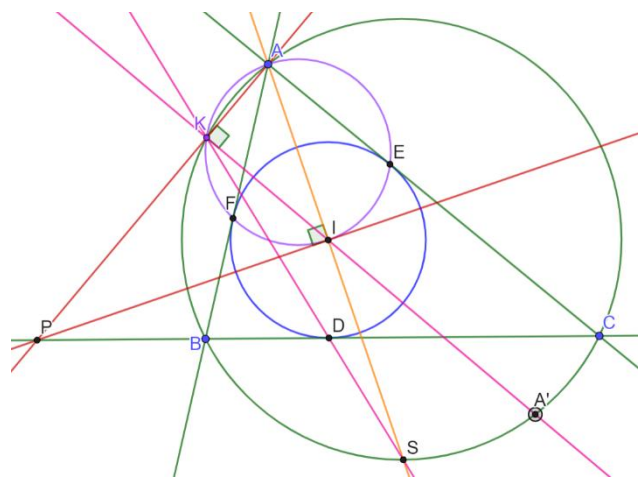
נקודת האמפטי במשולש



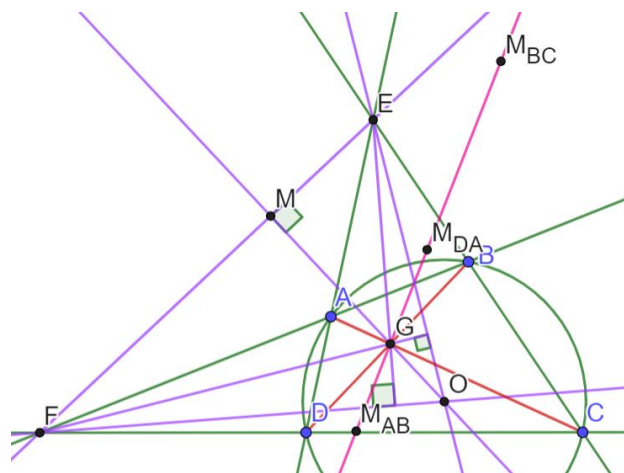
נקודות למה איראנית



נקודת הכריש



מרובע שלם: משפט האיקסים וישר אובר



דמיינו למטה

שיקוף של M

(ביחס ל-CD)

מצא את המשולש

1. AD, BE, CF הם גבהים במשולש ABC . DF, BE נחתכים בנקודה P , והישרים DE, CF נחתכים בנקודה Q, BC, EF נחתכים בנקודה R . הוכיחו כי P, Q, R על ישר.
2. יהי $ABCDE$ מחומש קמור המקיים:

$$\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE, \quad \angle ABC = \angle ACD = \angle ADE$$
 והאלכסונים BD, CE נחתכים בנקודה P . הוכיחו כי AP חוצה את הצלע CD .
3. במשולש ABC , נשקף את BC ביחס לישרים AB, AC , ואת חיתוך השיקופים נסמן ב- X . נסמן X' הנקודה הנגדית ל- X על המעגל החוסם את XBC . בנוסף נסמן O מרכז המעגל החוסם את ABC , D עקב האנך מ- A ל- BC . הוכיחו כי הישרים DO, AX' נחתכים על המעגל החוסם של XBC .
4. יהי מרובע $ABCD$ חסום במעגל, ומקיים כי $AB \cdot CD = AD \cdot BC$. הוכיחו כי קיימת נקודה P בתוכו המקיימת:

$$\angle PAB = \angle PBC = \angle PCD = \angle PDA$$
5. במשולש ABC , E, F עקבי הגבהים מנקודות B, C בהתאמה. שני מעגלים עוברים ב- A, F ומשיקים ל- BC , ונסמן את נקודות ההשקה ב- P, Q . הוכיחו כי הישרים PE, QF נחתכים על המעגל החוסם את AEF .
6. במשולש ABC , האנך האמצעי של BC חותך את AB, AC בנקודות X, Y . מרכז המעגל החוסם את AXY יסומן ב- O_A . באופן סימטרי נגדיר O_B, O_C . הראו כי המעגלים החוסמים את $ABC, O_A O_B O_C$ משיקים זה לזה.
7. במשולש ABC , נסמן את מרכז המעגל החוסם O ומפגש הגבהים H . AO נחתך עם BH, CH בנקודות P, Q בהתאמה. הוכיחו שמרכז המעגל HPQ על התיכון מ- A .
8. יהי I_A מרכז המעגל החסום מבחוץ לקודקוד A במשולש ABC , ויהי מעגל ω העובר בנקודות A, I_A ונחתך עם הקרנות $\overline{AB}, \overline{AC}$ בנקודות X, Y בהתאמה. יהיו נקודות S, T על הקטעים $I_A B, I_A C$ בהתאמה עבורן $\angle AXI_A = \angle BTI_A$ וגם $\angle AYI_A = \angle CSTI_A$. הישרים BT, CS נחתכים בנקודה K . הראו כי TS, XY, KI_A נפגשים בנקודה.
9. יהי $ABCD$ מרובע קמור עבורו $\angle ABC = \angle ADC < 90^\circ$. חוצי הזוויות הפנימיים של $\angle ABC, \angle ADC$ חותכים את AC בנקודות E, F בהתאמה, ונפגשים בנקודה P . נסמן גם M אמצע AC , ω המעגל החוסם את BPD . הישרים BM, DM חותכים את ω בנקודות X, Y בהתאמה, ונסמן ב- Q את חיתוך הישרים XE, YF . הראו כי $PQ \perp AC$.
10. א. במשולש ABC המעגל החסום משיק לצלעות בנקודות D, E, F , ובעל מרכז I . נסמן M אמצע EF , N אמצע הגובה מ- D ל- EF . בנוסף נגדיר H מפגש הגבהים ב- BCI . הוכיחו כי M, N, H על ישר אחד.
- ב. המעגל ABI חותך את המעגל החסום ב- C_1, C_2 , והמעגל ACI חותך את המעגל החסום ב- B_1, B_2 . הראו כי הציר הרדיקלי של המעגלים החוסמים את CC_1C_2, BB_1B_2 עובר ב- H .

בתיאבון!