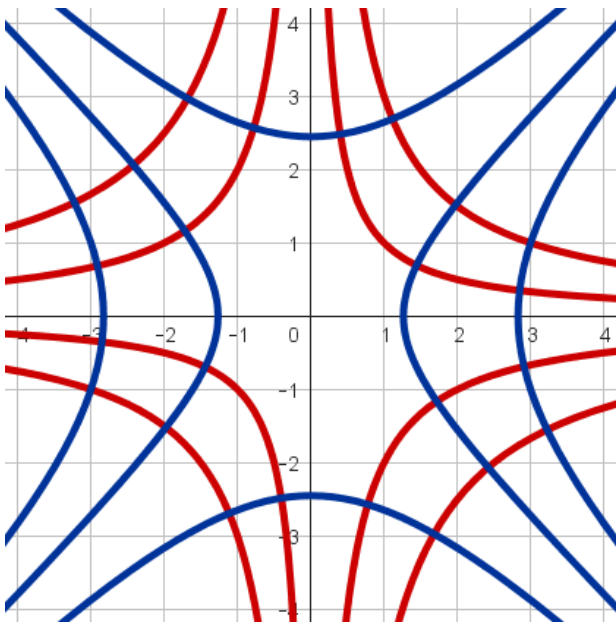


לקראת הרצאת ערב



1. במישור צוירו מספר היפרבולות אדומות מהסוג $x^2 + y^2 = k$ ומספר היפרבולות כחולות מהסוג $xy = m$, עבור ערכים שונים של k ו- m . מצאו את הזוויות בין ההיפרבולות האדומות להיפרבולות כחולות (האם התשובה תלויה ב- k ו- m ?)

2. נתונה טבלה 8×8 , בחלק מהמשבצות רשומים מספרים ממשיים. ליאור וגיא מקבלים שני עותקים של הטבלה. כל אחד מהם רוצה לרשום בכל משבצת ריקה מספר ממשי, כך שבסוף כל מספר שהם קבלו יהיה ממוצע של המספרים במשבצות הסמוכות לפי צלע. האם יתכן שליאור וגיא רשמו מספרים שונים?

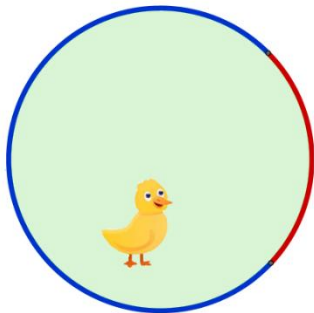
3. חשבו את האינטגרל $\int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cos(\sin x) dx = ?$

4. נתון דף משבצות אינסופי. בכל משבצת רשום מספר, כך שכל מספר הוא ממוצע של 4 המספרים במשבצות הסמוכות לפי צלע. הראו שניתן לרשום גם מספר בכל קודקוד של הרשת כך שיתקיימו שני התנאים הבאים:

- לכל קטע באורך 1 שמפריד בין שני משבצות, הפרש בין המספרים שבמשבצות משני צדי הקטע שווה להפרש בין המספרים בשני קצוות הקטע (הכוונה לערך מוחלט של ההפרש).
- גם למספרים בקודקודים יש תכונה דומה למספרים במשבצות: המספר בכל קודקוד הוא ממוצע של המספרים שרשומים ב-4 הקודקודים הסמוכים.

5. נתון ריבוע ABCD שכל צלע שלו באורך 2. הראו שלכל נקודה X בתוך הריבוע מתקיים אי-שוויון: $XA \cdot XB \cdot XC \cdot XD \leq 5$.

6. נתון עיגול Ω שרדיוסו 1. קודקודי המצולע המשוכלל $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ נמצאים על השפה של Ω , (במילים אחרות העיגול חוסם את המצולע). הראו כי לכל נקודה X בעיגול Ω מתקיים אי-שוויון: $XA_1 \cdot XA_2 \cdot \dots \cdot XA_n \leq 2$.



7. ברווז נקודתי מטייל בתוך עיגול, לאחר שהוא שתה כמוד גדולה של מי שמחה. לכן הוא מתקדם בצעדים קטנים מאוד, וכל צעד בכיוון אקראי לחלוטין, ולא תלוי בצעדים הקודמים. הוא מסיים את תנועתו כאשר הוא מגיע לשפת העיגול. מה הסיכוי שהוא יעצור בקשת הכחולה ולא בקשת הכחולה? התשובה תלויה בגודל הקשתות ובמיקום ההתחלתי של ברווז.