

ערך השוויון

1. תהי D עקב האנך מ- A ל- BC ו- M מפגש התיכונים במשולש. נסמן ב- P את החיתוך של הקרן MD עם המעגל החוסם של ABC . הראו כי AB משיק למעגל BDP .
2. המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות BC, AC, AB בנקודות D, E, F בהתאמה. מרכז המעגל החסום יסומן I . הישר EF נחתך עם הישרים CI, BI בנקודות P, Q בהתאמה. הוכיחו כי DI עובר במרכז המעגל החוסם של PQI .
3. נתונים שני מעגלים Ω_1, Ω_2 עם מרכזים בנקודות O_1, O_2 בהתאמה. המעגלים נחתכים בנקודות A, B . יהיו C, D נקודות על Ω_1, Ω_2 בהתאמה, כך ש- C, D נמצאות במרחקים שווים מהישר AB ומצדדים שונים שלו. הראו כי C, D נמצאות במרחקים שווים מאמצע הקטע O_1O_2 .
4. נסמן ב- M את אמצע הצלע BC במשולש ABC . על הקרניים AB, AC של משולש ABC נבחרו נקודות D, E בהתאמה כך ש- $\angle ADM = \angle AEM$. הוכיחו כי המעגל ADE , האנך האמצעי של הקטע BC והישר העובר ב- A ומקביל ל- BC , נפגשים בנקודה אחת.
5. משולש ABC חסום במעגל ω . קטע האמצעים של ABC המקביל ל- BC , נחתך עם ω בנקודות P, Q . המשיק ל- ω ב- P נחתך עם AC, AB בנקודות M, I בהתאמה. באופן דומה, המשיק ל- ω ב- Q נחתך עם AC, AB בנקודות N, K בהתאמה. הוכיחו כי המעגלים AMI, NKA שווי רדיוסים.
6. מרובע $ABCD$ חסום במעגל Ω . אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה E . תהי E' הנקודה האינוורסית ל- E ביחס ל- Ω . האנך האמצעי של EE' נחתך עם AB בנקודה L . הראו כי $EL \parallel CD$.

7. יהי משולש ABC ו- H מפגש הגבהים שלו. יהיו D, E נקודות על AB, AC בהתאמה כך ש- DE עובר דרך H . מרכז המעגל החוסם של ADE יסומן ב- O . הישר AO נחתך שנית עם המעגל החוסם של ABC בנקודה K . הקרן HO נחתכת עם המעגל החוסם של ABC בנקודה P . הראו כי $PK \perp BC$.

8. נתון משולש שווה שוקיים ABC , $AB = AC$. מעגל ω משיק לצלעות AB, AC וחותר את הצלע BC בנקודות K ו- L . נקודות P ו- Q נבחרו על BC כך ש- B היא אמצע PK ו- C היא אמצע QL . חותך את ω שנית ב- R . הוכיחו שהמעגל החוסם של המשולש PQR משיק למעגל ω .

9. במשולש ABC , הנקודות U, V נמצאות על הצלעות AC, AB בהתאמה. יהיו P, Q על הקטעים BU, CV בהתאמה, כך ש- $PQ \parallel BC$. תהא X נקודה על הישר PV עבורה V נמצאת בין P ל- X וכן $\angle VXA = \angle ABC$. באופן דומה, תהא Y נקודה על הישר QU עבורה U נמצאת בין Q ל- Y וכן $\angle UYA = \angle ACB$. הוכיחו כי $PQXY$ חסום במעגל.

10. יהי ω – המעגל החסום במשולש ABC . המרכז של ω יסומן ב- I ונקודות ההשקה שלו עם הצלעות BC, AC, AB בנקודות D, E, F בהתאמה. EF נחתך עם BI, CI בנקודות X, Y בהתאמה. תהי F_e נקודת פוירבך של ABC . הוכיחו כי המעגלים XF_e, YF_e נחתכים על AI .

11. יהי משולש ABC החסום במעגל Ω . תהי M – אמצע הצלע BC במשולש, ותהי P נקודה שרירותית על הקטע AM . המעגלים BPM, CPM נחתכים שנית עם Ω בנקודות D, E בהתאמה. הישר DP נחתך שנית עם המעגל CMP בנקודה X . הישר EP נחתך שנית עם המעגל BMP בנקודה Y . הראו כי המעגל AXY עובר בנקודה קבועה (מלבד ל- A) שלא תלויה בבחירה של P .