

דואליות

- נתון מרובע חוסם $ABCD$. נסמן את נק' ההשקה של AB, BC, CD, DA עם המעגל ב- X, Y, Z, W בהתאמה. הוכיחו כי AC, BD, XZ, YW נפגשים בנקודה.
- נתון מעגל Ω ומשולש ABC הדואלי לעצמו ביחס ל- Ω (כלומר ש- A, B, C דואליים ל- BC, AC, AB) כך ש- A נמצאת בתוך Ω . נסמן ב- M את אמצע הקטע BC וב- P את החיתוך של הקטע AM עם Ω . הוכיחו כי המעגל BCP משיק ל- Ω .
- נתונים מעגלים ω_1, ω_2 שמשיקים באופן פנימי בנקודה A . נסמן ב- O_1, O_2 את המרכזים של ω_1, ω_2 בהתאמה. יהי BC קוטר של ω_1 ו- E, D נקודות על ω_2 כך ש- BE, BD משיקים ל- ω_2 . הוכיחו כי DE, AB, CO_2 נפגשים בנקודה אחת.
- משולש ABC חסום במעגל Ω וחוסם מעגל ω שמרכזו I . הצלעות BC, AC, AB משיקות ל- ω בנקודות D, E, F . הישר EF נחתך עם Ω בנקודות P, Q . הוכיחו כי $\angle PIQ = \angle APD + \angle DQA$.
- נסמן את אמצעי הצלעות במשולש ABC כ- M_A, M_B, M_C . נסמן את נק' החיתוך של המשיק למעגל החסום מ- M_A עם $M_B M_C$ ב- A' . נגדיר B', C' באופן דומה. הוכיחו כי A', B', C' נמצאות על ישר אחד.
- המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות BC, AC, AB ב- D, E, F בהתאמה. DI נחתך עם EF ב- M הוכיחו כי AM חוצה את BC .
- המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות BC, AC, AB ב- D, E, F בהתאמה. הנקודות הנגדיות ל- E, F על המעגל החסום יסומנו U, V . הישרים UV ו- BC נחתכים ב- M . W היא אמצע הצלע BC . הוכיחו כי $\angle WIM = 90^\circ$.
- יהי $ABCD$ מרובע חוסם-חסום. המעגל החסום משיק לצלעות בנקודות X, Y, Z, W . נסמן ב- M, N, K, L את אמצעי הקטעים AC, BD, XZ, YW בהתאמה. הוכיחו כי $MN \perp KL$.
- נתון מרובע $ABCD$ חסום במעגל Ω . המשכי הצלעות AB, CD נפגשים בנקודה E . האינורסית של E ביחס ל- Ω תסומן ב- E' . האנך האמצעי של EE' נחתך עם BC בנקודה P . הוכיחו כי $AD \parallel PE$.
- משולש ABC חסום במעגל Ω שמרכזו O . אמצעי הקשתות $\widehat{BAC}, \widehat{AB}, \widehat{AC}$ יסומנו ב- N, W, E בהתאמה. הישר NE נחתך עם הצלע AB בנקודה X והישר NW נחתך עם הצלע AC בנקודה Y . הוכיחו כי מפגש הגבהים של OXY נמצא על EW .
- המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות AC, AB ב- E, F בהתאמה. המשיקים למעגל AEF ב- E, F נחתכים ב- S . הישרים EF ו- BC נחתכים ב- T . הוכיחו כי המעגל עם קוטר TS מאונך למעגל 9 הנקודות של BIC .
- נסמן את אמצעי הצלעות במשולש ABC כ- M_A, M_B, M_C . נסמן את נק' ההשקה של המעגל החסום ל- AB, AC ב- E, F בהתאמה. נסמן ב- X את החיתוך של EM_C ו- FM_B . הוכיחו כי AX עובר במפגש הגבהים של BIC .