

איתן ורונאל המשיכו לטייל

קצת חימום לסרגל ולמחוגה :

- א. ציירו מתומן משוכלל.
- ב. ציירו מרובע חוסם חסום.
- ג. ציירו את 4 המעגלים החסומים במשולש ואת מעגל תשע הנקודות בו.
- ד. ציירו משולש יחד עם 3 המעגלים החצי חסומים בו.

1. מרובע $ABCD$ חסום במעגל, נתון ש- $AB = BC = CD$. המשיק למעגל ב- C נחתך עם המשיק ב- A ב- K ועם AD ב- L . המעגל AKL נחתך עם המעגל $ABCD$ ב- N . צריך להוכיח ש- $NA = NL$.
2. נתון משולש ABC שזוויותיו חדות. משקפים ישר כלשהו ℓ ביחס לישירים AB, BC, CA , ומקבלים את הישרים ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 שיוצרים את המשולש Δ . מצאו את המקום הגיאומטרי של מרכז המעגל החסום של Δ , כאשר ℓ משתנה והמשולש ABC נקבע מראש.
3. יהא Γ המעגל החוסם של המשולש חד-הזוויות ABC . הנקודות D ו- E נמצאות על הקטעים AB ו- AC בהתאמה, ומקיימות $AD = AE$. האנכים האמצעיים של BD ו- CE חותכים את הקשתות הקצרות AB ו- AC של Γ בנקודות F ו- G , בהתאמה. הוכיחו כי הישרים DE ו- FG מקבילים.
4. נתון משולש ABC . המעגלים החסומים מבחוץ מול B, C יסומנו ב- ω_B, ω_C בהתאמה. השיקופים של ω_B, ω_C ביחס לאמצעי הצלעות AB, AC בהתאמה יסומנו ב- ω'_B, ω'_C . הוכיחו כי הציר הרדיקלי של ω'_B, ω'_C חוצה את היקף המשולש ABC .
5. על הצלע BC של משולש ABC נבחרו נקודות D, E כך ש- D בין B ו- E . הנקודה P נבחרה כך שהמרובע $PADB$ קמור וחסום במעגל וגם הישר PE מקביל ל- AC . הנקודה Q נבחרה כך שהמרובע $QADC$ קמור וחסום במעגל וגם הישר QE מקביל ל- AB . הוכיחו שהמרובע $DEQP$ חסום במעגל.
6. משולש ABC חסום במעגל ω שמרכזו O . על הצלע BC נבחרה הנקודה D כך שהישר OD מקביל לחוצה הזווית $\angle BAC$. על האנך האמצעי של OD נבחרה נקודה E . מעגל Γ שמרכזו E ורדיוסו AE חותך את ω בנקודות A, Q . תהי P נקודה הנמצאת באותו צד של BC כמו A כך ש- DP מאונך ל- BC . הוכיחו כי הישר PQ עובר בנקודה קבועה כאשר E זזה על האנך האמצעי של OD .
7. יהי $ABCD$ מרובע קמור שבו $|BA| \neq |BC|$. נסמן את המעגל החסום במשולש ABC ואת המעגל החסום במשולש ADC ב- ω_1 וב- ω_2 בהתאמה. נניח כי קיים מעגל ω המשיק לקרן BA בנקודה הנמצאת מעבר ל- A , ומשיק לקרן BC בנקודה הנמצאת מעבר ל- C , וכמו כן משיק לישירים AD ו- CD . הוכיחו כי המשיקים המשותפים החיצוניים של המעגלים ω_1 ו- ω_2 נחתכים על ω .
8. AD הוא גובה במשולש ABC . עקבי הגבהים מ- D ל- AB, AC יסומנו X, Y בהתאמה. החיתוך של BX עם CY יסומן ב- Z . הוכיחו כי המעגל XYZ משיק למעגל שמרכזו A ורדיוסו AD .
9. נתון מרובע $ABCD$ החוסם מעגל שמרכזו I . מרכזי המעגלים החסומים ב- DAB, ABC, BCD, CDA יסומנו I_A, I_B, I_C, I_D בהתאמה. מפגש המשיקים המשותפים החיצוניים של המעגלים $AI_B I_D, CI_B I_D$ יסומן X , באופן דומה מפגש המשיקים המשותפים החיצוניים של המעגלים $BI_A I_C, DI_A I_C$ יסומן Y . הוכיחו כי הזווית $\angle XIY$ ישרה.