

## חישוב מרוכב

"אבל חישוב זה לא פתרון"

0. הוכיחו את הנוסחאות בדף נוסחאות.
1. הוכיחו את ישר אוילר: הראו שבמשולש, מפגש הגבהים, מפגש התיכונים ומרכז המעגל החוסם נמצאים על ישר.
2. במשולש  $ABC$  מפגש הגבהים הוא  $H$ . נסמן ב- $M$  את אמצע הצלע  $BC$ . הראו כי:
  - א. השיקוף של  $H$  ביחס ל- $BC$  נמצא על המעגל החוסם.
  - ב. השיקוף של  $H$  ביחס ל- $M$  נמצא על המעגל החוסם.
3. הוכיחו את מעגל תשע הנקודות: במשולש  $ABC$  מפגש הגבהים הוא  $H$ . הראו כי אמצעי הצלעות, עקבי הגבהים ואמצעי הקטעים  $AH, BH, CH$  נמצאים על מעגל. בנוסף, הראו שמרכז המעגל נמצא על ישר אוילר.
4. הוכיחו את ישר שטיינר: במשולש  $ABC$  ניקח נקודה  $P$  על המעגל החוסם. הראו כי השיקופים של  $P$  ביחס לצלעות המשולש ונקודת מפגש הגבהים נמצאים על ישר.
5. במשולש  $ABC$  נסמן ב- $M_A, M_B, M_C$  את אמצעי הקשתות  $BC, CA, AB$  בהתאמה. ההיטלים של  $A$  על  $M_B B, M_C C$  יסומנו  $A_B, A_C$  בהתאמה וההיטלים של  $M_A$  על  $AB, AC$  יסומנו  $M_{AB}, M_{AC}$  בהתאמה. נסמן ב- $X_A$  את החיתוך של הישרים  $A_B A_C$  ו- $M_{AB}, M_{AC}$ . נקודות  $X_B, X_C$  יוגדרו באופן סימטרי. הראו שהמשולשים  $M_A M_B M_C$  ו- $X_A X_B X_C$  דומים.
6. נתון מרובע  $ABCD$ , חסום במעגל. מפגש הגבהים במשולש  $BCD$  יסומן  $H_A$ . הנקודות  $H_B, H_C, H_D$  יוגדרו באופן דומה. הראו כי הישרים  $AH_A, BH_B, CH_C, DH_D$  נפגשים בנקודה.
7. הוכיחו כי במרובע חוסם, אמצעי האלכסונים ומרכז המעגל החוסם נמצאים על ישר.
8. נתון משולש  $ABC$  ונקודה  $P$  במישור. נסמן ב- $A'$  את הנקודה הנגדית ל- $A$  ביחס למעגל החוסם. נסמן ב- $P_A$  את ההיטל של  $P$  על  $BC$ , ונסמן ב- $X_A$  את השיקוף של  $A'$  ביחס ל- $P_A$ . באופן דומה נגדיר  $X_B, X_C$ . הוכיחו כי המשולשים  $ABC$  ו- $X_A X_B X_C$  דומים.
9. נתון מעגל  $\Omega$  שקוטרו הוא  $AB$ , מיתר  $PQ$  שמאונך ל- $AB$  ונקודה  $X$  על המיתר  $PQ$ . הישר  $AX$  חותך את  $\Omega$  בנקודה  $S$ . האנך מ- $X$  ל- $AX$  חותך את הקשת  $AQB$  בנקודה  $T$ . הראו שכאשר  $X$  זזה על  $PQ$ , אמצע  $ST$  זז על מעגל.
10. במשולש  $ABC$  מפגש הגבהים יסומן  $H$ . הנקודות  $D, E, F$  נמצאות על המעגל החוסם של  $ABC$  כך ש- $AD, BE, CF$  מקבילים. הנקודות  $D', E', F'$  הן השיקופים של  $D, E, F$  ביחס לצלעות  $BC, CA, AB$  בהתאמה. הראו כי הנקודות  $D', E', F', H$  נמצאות על מעגל.
11. במשולש  $ABC$ ,  $A'$  היא הנקודה הנגדית ל- $A$  על המעגל החוסם. נקודות  $K, L$  נבחרו על הצלעות  $AC, AB$  כך ש- $A'L, A'K$  משיקים למעגל החוסם של  $AKL$ . הראו כי מפגש הגבהים של המשולש  $ABC$  נמצא על הישר  $KL$ .