

תרגיל קומבינטורי לדן

1. מתוך 100 סוללות בדיוק 51 הן תקינות. כשמכניסים 2 סוללות תקינות לפנס, אז הפנס דולק. האם אפשרי ב-145 בדיקות בוודאות להפריד בין סוללות תקינות לבלויות?
2. במוזיאון על שולחן מסתובב נמצאות במעגל 33 קופסאות. מנהל המוזיאון בערב נועל 16 קופסאות, לאחר שהוא מכניס לאחת מהן יהלום יקר-ערך. לאחר מכן עובד מוזיאון מושחת פותח שתי קופסאות לא נעולות, ומשאיר אותן פתוחות. המטרה שלו היא שהפורץ שיגיע בלילה יוכל יש לגשת לקופסה שמכילה את היהלום ולפרוץ רק את הקופסה הזאת. כיצד יוכלו העובד המושחת והפורץ להשיג את מטרתם (הם מתאמים אסטרטגיה מראש)?
3. בחפיסה 30 קלפים: 10 אדומים, 10 ירוקים, ו-10 כחולים. אנחנו מקבלים נקודה על כל זוג של קלף ירוק שנמצא מעל קלף כחול (לאו דווקא ברצף), ועל כל זוג של קלף אדום שנמצא מעל קלף ירוק, ועל כל זוג של קלף כחול שנמצא מעל קלף אדום. כמה נקודות אפשר לקבל? מצאו את כל האפשרויות
4. בחדר נמצאים 6 דגים טעימים המסודרים במעגל, ששניים מהם מורעלים. איילה נכנסת ראשונה, ומגלים לה אילו דגים מורעלים. לאחר מכן נכנס ברווז. לאחר מכן איילה אוכלת את אחד הדגים, ואז ברווז אוכל דג אחר, ואז איילה אוכלת דג שלישי וברווז אוכל דג רביעי. מצאו אסטרטגיה עבור איילה וברווז על מנת להימנע מהרעלה.
5. לנטע יש 5 מספרים: a, b, c, d, e . שלומי יכול לשאול אותה מהו סכום של 3 מספרים מסוימים שונים (כלומר שאלות מהסוג "למה שווה $a + c + d$?"). כמה שאלות הוא צריך לשאול על מנת לחשב את $a + b + c + d + e$?
6. בגן ילדים יש 27 ילדים. ביום כיף מחלקים אותם ל- K קבוצות, כאשר כל קבוצה עוסקת בפעילות שונה. היועצת החינוכית הכינה רשימה של 20 זוגות שונים של ילדים; לא מומלץ ששני הילדים מאותו זוג ברשימה של היועצת יהיו באותה קבוצה כי אז הם ילכו מכות במקום לעסוק בפעילות הכיפית. עבור איזה K קטן ביותר ניתן בוודאות לארגן יום כיף בהתאם להמלצות של היועצת החינוכית?
7. נתונה טבלה $2 \times n$. בטבלה זו צריך לרשום מספרים מ-1 עד $2n$, כך שאת 1 רושמים בפניה שמאלית עליונה, וליד כל מספר אחר לפחות באחת המשבצת סמוכות לפי צלע יהיה מספר שקטן ממנו. בכמה דרכים אפשר לעשות זאת?
8. בטבלה 8×8 רשומים מספרים מ-1 עד 64.
א. הראו שיש שני מספרים סמוכים לפי צלע שההפרש בינם הוא לפחות 5.
ב. נסו להחליף את המספר 5 בסעיף הקודם במספר גדול יותר.

תרגיל לרותם

1. לנטע יש 8 מספרים: a, b, c, d, e, f, g, h . שלומי יכול לשאול אותה, מהו סכום של 3 מספרים מסוימים (כלומר שאלות מהסוג "למה שווה $a + c + d$?"). כמה שאלות הוא צריך לשאול על מנת לחשב את $a + b + c + d + e + f + g + h$?
2. בכיתה k תלמידים. במהלך יוני כל אחד מהם היה בים מספר שונה של ימים. לכל שני תלמידים X ו- Y יש יום שבו X היה בים ו- Y לא היה בים. מהו הערך המרבי של k ?
3. קודקודים של מצולע קמור בעל n צלעות נצבעים בשני צבעים: שחור ולבן. לאחר מכן מנסים לחלק את המצולע למשולשים על ידי $n - 3$ אלכסונים, כאשר כל אלכסון מחבר שני קודקודים מצבעים שונים. עבור כמה צביעות שילוש כזה קיים?
4. האם ניתן לחתוך מצולע קמור למרובעים לא קמורים?
5. לוח משבצות 100×100 חולק לדומינו. האם ניתן לחתוך את הלוח לשני חלקים חופפים בלי לשבור אף דומינו?
6. בגן ילדים יש 27 ילדים. ביום כיף מחלקים אותם ל- K קבוצות, כאשר כל קבוצה עוסקת בפעילות שונה. היועצת החינוכית הכינה רשימה של 10 שלישיות שונות של ילדים; לא מומלץ שכל 3 הילדים מאותה שלישיה ברשימה של היועצת יהיו באותה קבוצה כי אז הם ילכו מכות במקום לעסוק בפעילות הכיפית (אבל מותר ששניים מהם יהיו באותה קבוצה). עבור איזה K קטן ביותר ניתן בוודאות לארגן יום כיף בהתאם להמלצות של היועצת החינוכית?
7. מתוך 100 סוללות בדיוק 51 הן תקינות. כשמכניסים 2 סוללות תקינות לפנס, אז הפנס דולק. עבור איזה N קטן ביותר ניתן ב- N בדיקות בוודאות להפריד בין סוללות תקינות לבלויות?