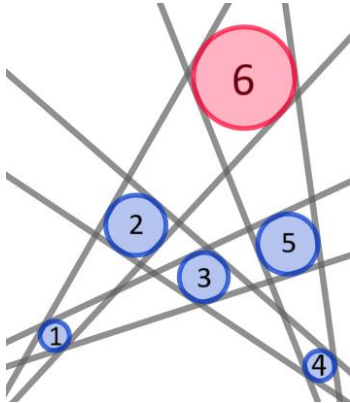


## דוגמאות למשפטי צ'בה \ מנלאוס \ קרנו

1. נתון מרובע מישורי ABCD וישרים  $l_1, l_2, l_3, l_4$  שמאונכים לצלעותיו AB, BC, CD, DA בהתאמה. הישר  $l_1$  פוגש את  $l_2$  בנקודה I ואת  $l_4$  בנקודה M. הישר  $l_3$  פוגש את  $l_2$  בנקודה N ואת  $l_4$  בנקודה K. הראו כי IK מאונך ל-AC אם ורק אם MN מאונך ל-IK.



2. נתון ריבוע ABCD. בתוך משולש ABC נמצאת נקודה P, ובתוך משולש CAD נקודה Q, כך ש- $\angle PAQ = 45^\circ = \angle PCQ$ . הראו כי הישרים PB ו-QD מקבילים.

3. בציור 6 מעגלים ממוספרים. בהינתן  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$  (אורכי הרדיוסים), כיצד לחשב את  $R_6$ ?

4. במרחב תל-ממדי נתון כדור ונקודות A, B, C, D, כך שהקטעים AB, BC, CD, DA משיקים לכדור בנקודות P, Q, R, T בהתאמה. הראו כי 4 נקודות ההשקה P, Q, R, T נמצאות במישור אחד.

5. נתונה סדרה אינסופית  $x_1, x_2, x_3, \dots \in (0,1)$  המקיימת

$$x_i(\varphi^2 - x_{i+1})(\varphi^2 - x_{i+2}) = (x_i + \varphi)(x_{i+1} + \varphi)(1 - x_{i+2})$$

לכל  $i \geq 1$ , כאשר  $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ . הראו כי הסדרה מחזורית, כלומר קיים  $n$  חיובי שלם כך ש-

$$x_{i+n} = x_i \text{ לכל } i, \text{ והראו כי } \prod_{i=1}^n x_i = \prod_{i=1}^n (1 - x_i).$$

**בתאבון!**