

צ'בה ומנלאוס

משפט צ'בה: נתון משולש ABC , על הצלעות AB, AC, BC נבחרו נקודות F, E, D בהתאמה. הישרים AD, BE, CF נחתכים בנקודה אחת אם ורק אם:

$$\frac{AF}{BF} \cdot \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} = 1$$

משפט מנלאוס: נתון משולש ABC , על המשכי הצלעות AB, AC, BC נבחרו נקודות F, E, D בהתאמה. נמצאות על ישר אחד או ורק אם:

$$\frac{AF}{BF} \cdot \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} = 1$$

משפט צ'בה זוויתי: על הצלעות BC, AC, AB של המשולש ABC נבחרו נקודות D, E, F בהתאמה. הוכיחו כי AD, BE, CF נפגשים בנקודה אם ורק אם

$$\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle DAC} \cdot \frac{\sin \angle ACF}{\sin \angle FCB} \cdot \frac{\sin \angle CBE}{\sin \angle EBA} = 1$$

1. הוכיחו שבטרפז הישר שמחבר את חיתוך האלכסונים עם חיתוך הצלעות הלא מקבילות חוצה את בסיסי הטרפז.

2. בתוך משולש ABC נבחרה נקודה X . החיתוכים של AX, BX, CX עם BC, AC, AB יסומנו D, E, F בהתאמה. החיתוכים של DE, DF עם ישר העובר ב- A ומקביל ל- BC יסומנו P, Q . הוכיחו כי A היא אמצע PQ .

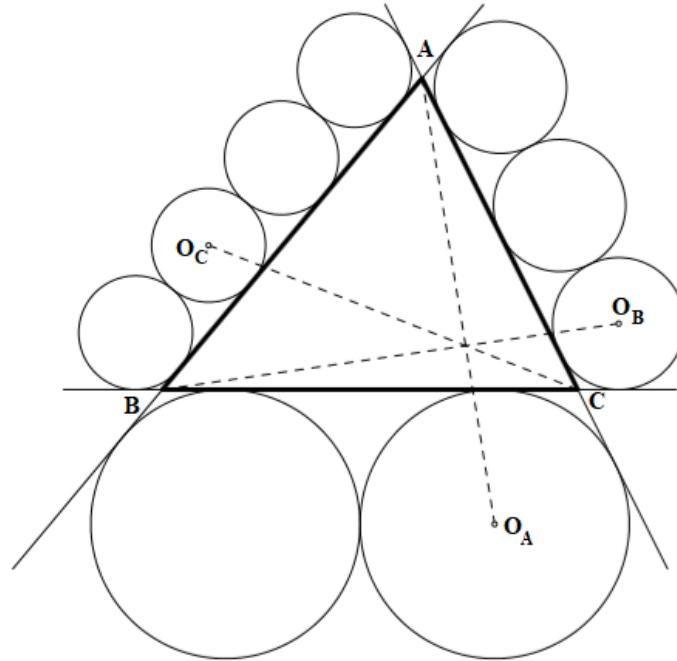
3. יהי AD גובה במשולש ABC . יהיו נקודות P, Q על הצלעות AB, AC בהתאמה. הוכיחו כי BQ ו- CP נחתכים על AD אם ורק $\angle ADP = \angle ADQ$.

4. במשולש ABC חסום ריבוע, כך ששני מקודקודיו נמצאים על הצלע BC , קודקוד אחד על AC וקודקוד אחד על AB . מרכז הריבוע יסומן A_1 . באופן דומה נגדיר את B_1, C_1 . הוכיחו כי AA_1, BB_1, CC_1 נפגשים בנקודה.

5. נתון משולש ABC , על צלעות המשולש כלפי חוץ נבנו שלושה משולשים ABF, BCD, ACE כך ש- $\angle CBD = \angle ABF, \angle BAF = \angle CAE$. הוכיחו כי $\angle ACE = \angle BCD$ ו- AD, BE, CF נחתכים בנקודה.

6. משולש ABC חוסם מעגל ω שמרכזו I . הישר שמקביל ל- BC ועובר דרך I נחתך עם ω בנקודות B_A, C_A ככה ש- B, B_A נמצאות באותו חצי המישור ביחס ל- AI . נסמן ב- A' את נקודת החיתוך של BB_A עם CC_A . באופן דומה נגדיר את B', C' . הוכיחו כי AA', BB', CC' נפגשים בנקודה אחת.

.7



*8. AD, BE, CF הם גבהים במשולש ABC . הישרים DE, DF נחתכים שנית עם המעגל AEF בנקודות P, Q בהתאמה. הוכיחו כי BP, CQ נחתכים על תיכון של ABC .

*9. במרובע $ABCD$ המשכי הצלעות AB, CD נפגשים בנקודה E . נתונה נקודה P בתול המרובע כך ש- PE הוא חוצה הזווית החיצוני של $\angle APB$ ו- $\angle CPD$. PX הוא חוצה הזווית במשולש APD ו- PY הוא חוצה הזווית במשולש BPC . הוכיחו כי X, Y, E נמצאות על ישר אחד.

בתאבון!