

פרפר

משפט הפרפר: יהי AB מיתר של מעגל ω ו- P אמצע AB . על ω נבחרו נקודות M, I, N, K כך ש- MN, IK נחתכים ב- P ו- MK, IN נחתכים עם AB ב- X, Y . הוכיחו ש- $XP = YP$.

משפט הפרפר: יהי AB מיתר של מעגל ω ונקודות Q, R על AB כך ש- $AQ = BR$. על ω נבחרו נקודות M, I, N, K כך ש- MI עובר דרך Q ו- NK עובר דרך R . הישרים MN, IK נחתכים עם AB בנקודות C, D . הוכיחו כי $AC = BD$.

משפט הפרפרפר: במעגל ω חסומים שני מרובעים עם חיתוכים עצמיים $MINK, M'I'N'K'$. הישר AB חותך את צלעות המרובע $MINK$ ב- P, Q, R, S ואת הצלעות של $M'I'N'K'$ ב- P', Q', R', S' . הוכיחו כי שלוש מבין P, Q, R, S מתלכדות עם שלוש נקודות מתאימות מבין P', Q', R', S' גם הנקודה הרביעית מתלכדת.

1. H הוא מפגש הגבהים במשולש ABC ו- M היא אמצע הצלע BC . האנך ל- MH ב- H נחתך עם AB, AC בנקודות X, Y . הוכיחו כי H היא אמצע XY .

2. H, O הם מרכז המעגל החוסם ומפגש הגבהים במשולש ABC , בהתאמה. D היא עקב האנך מ- A ל- BC . האנך ל- OD ב- D נחתך עם AB ב- E . הוכיחו כי $\angle EHD = \angle ABC$.

3. נתון מעגל Ω ונקודה P מחוץ למעגל. A, B נקודות על Ω כך ש- AP, BP משיקים ל- Ω . תהי Q נקודה על המיתר AB . האנך ל- QO ב- Q נחתך עם AP, BP בנקודות X, Y . הוכיחו כי $XQ = YQ$.

4. M, N הן אמצעי הצלעות AB, AC במשולש ABC שחסום במעגל ω . הישר MN נחתך עם ω בנקודות P, Q (P שייכת לקשת הקטנה \widehat{AB}). הישרים BN, CM נחתכים עם ω בנקודות T, S בהתאמה. הצלע AB נחתכת עם CP, QS בנקודות D, X בהתאמה. הצלע AC נחתכת עם BQ, PT בנקודות E, Y . הוכיחו כי $S_{MXNE} = S_{MYND}$.

5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O וחוסם מעגל שמרכזו I . נסמן ב- A' את השיקוף של A ביחס ל- OI . הוכיחו כי המשיקים למעגל AIA' ב- I, A' נפגשים על BC .

6. מרכז המעגל החסום במשולש ABC יסומן ב- I ומרכז המעגל החוסם יסומן ב- O . האנך ל- IO ב- I נחתך עם הצלע BC בנקודה D ועם חוצה הזווית החיצונית של $\angle BAC$ ב- E . הוכיחו כי $EI = 2DI$.

7. משולש ABC חסום במעגל ω . נסמן ב- G, H את מפגש הגבהים ומפגש התיכונים בהתאמה. D היא עקב הגובה מ- A ל- BC ו- M היא אמצע הצלע BC . הקרניים DG ו- MH נחתכים שנית עם ω בנקודות F, E בהתאמה. הוכיחו כי FD, EM נחתכים על ω .

8. משולש ABC חסום במעגל Ω וחוסם מעגל שמרכזו I . על הצלעות BC, AC, AB נבחרו נקודות D, E, F כך ש- $DI \perp BC, EI \perp AI$,

$FI \perp AI$. המעגל AEF נחתך שנית עם Ω בנקודה X . נסמן ב- M את אמצע הצלע BC . הוכיחו כי XD, AM נפגשים על Ω .