

05.11.2023

1. א) יהי $x > -1$ ו- $\alpha \geq 1$. הוכיחו כי $(1+x)^\alpha \geq 1 + \alpha x$;
ב) יהי $x > -1$ ו- $0 < \alpha \leq 1$. הוכיחו כי: $(1+x)^\alpha \leq 1 + \alpha x$.
2. יהי $x > 0$ ו- $y > 0$. הוכיחו כי: $x^y + y^x > 1$.
3. יהי x, y, z מספרים חיוביים. הוכיחו כי:
 $(x+y)^z + (y+z)^x + (z+x)^y > 2$
4. יהי x, y, z מספרים חיוביים. הוכיחו כי:
 $x^{y+z} + y^{z+x} + z^{x+y} \geq 1$
5. יהי $0 < x < 1$ ו- $0 < y < 1$. הוכיחו כי:
 $\left(\frac{x}{1-y}\right)^x \geq \left(\frac{y}{1-x}\right)^{1-x}$.
6. יהי $x > 0$. הוכיחו כי: $x^{x+2} + 1 \geq x^{x+1} + x^x$.
7. יהי $a_i \geq 1$ ו- $n \geq 2$. הוכיחו כי: $a_1^{\frac{a_1}{a_2}} a_2^{\frac{a_2}{a_3}} \dots a_{n-1}^{\frac{a_{n-1}}{a_n}} \geq a_1 a_2 \dots a_n$.