

גיאומטריה

במשולש ABC אמצעי הצלעות הן A_0, B_0, C_0 . המעגל החסום משיק לצלעות המשולש בנקודות A_1, B_1, C_1 . נקודת החיתוך של B_0C_0 עם B_1C_1 תסומן A' . באופן דומה נגדיר את B' ו- C' .

משפט: $A'A_1, B'B_1, C'C_1$ נחתכים בנקודת פויירבאך של ABC .

למה 1: A' דואלי ל- $B'C'$ ביחס למעגל החסום ב- ABC .

החיתוך של A_1C_1 עם B_0C_0 יסומן C_A , החיתוך של B_1C_1 עם A_0C_0 יסומן C_B , באופן דומה נגדיר את A_B, A_C, B_A, B_C .

למה 2: $A_BA_CB_AB_C$ חסום במעגל. המרכז של המעגל החוסם שלו יסומן O_C , באופן דומה נגדיר את O_B, O_A .

למה 3: O_A נמצא על הישר $B'C'$.

תוכיחו את המשפט. רמז: מה אפשר להגיד על האמצעים של O_AO_B ?

הקונפיגורציה השנייה שאנו נתעסק בה היא כזו: נתון משולש ABC , מרכז המעגל החסום שלו יסומן ב- I ונקודת ז'רגון של המשולש תסומן G . נתון שהמרובע $AIGC$ חסום במעגל.

תנסו להגיד כמה שיותר דברים מעניינים על הקונפיגורציה.

תשחזרו את המשולש בהקודקוד B ומהמעגל החסום ותוכיחו שהזווית $\angle B \leq 60^\circ$.

תתבוננו בנקודות החיתוך השניות של AA_1 ו- CC_1 עם המעגל החסום, נסמן אותן P, Q בהתאמה, מה אפשר להגיד עליהן?

תבחרו נקודה K שרצה על המעגל החסום, מה אפשר להגיד על נקודות החיתוך של QK עם AB ושל PK עם BC ?

מה אפשר להגיד על נקודת פויירבאך של ABC ? האם יש קשר לקונפיגורציה הראשונה?

בתאבון!