

1. באי רחוק גרים שקרנים ודוברי אמת. שלושה מהם ששמותיהם איילה, ברווז וגמל נפגשו לארוחת בוקר חגיגית, ואכלו פטריות. כל אחד אכל מספר שונה של פטריות. לאחר מכן הם אמרו את הדברים הבאים:

איילה: "מי שאכל הכי הרבה פטריות שקרן".

ברווז: "אני אכלתי הכי הרבה פטריות".

גמל: "אכלתי יותר מברווז".

איילה: "אכלתי יותר מגמל".

כמה מהם שקרנים?

2. x, y, z מספרים ממשיים. פתרו את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1 \end{cases}$$

3. נתון משולש ABC ומרכז המעגל החוסם שלו O. המעגל ABO חותך שנית את CO בנקודה שתסומן ב-D. מרכז המעגל החוסם של המשולש BCD יסומן ב-T. הוכיחו כי T נמצאת על AC.



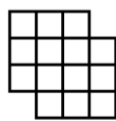
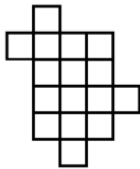
4. משולש תקני הוא חצי משבצת על דף משבצות. מרצפת תקנית היא צורה שמודבקות מ-4 משולשים תקניים שיוצרים גוש אחד (ושטחה 2).

קבעו האם ניתן לרצף באמצעות

מרצפת תקנית כלשהי את הצורה:

ב. השמאלית

א. הימנית



(לפני שמרצפים צורה כלשהי, צריך לבחור את סוג המרצפת; אחרי שנבחר הסוג, מותר לשקף ולסובב, אבל צריך להשתמש רק במרצפת זו.)

5. יהיו m, n, k טבעיים.

א. מה יותר גדול: $(mn)!$ או $(m!)^n (n!)^m$?

ב. מה יותר גדול: $(mnk)!$ או $(m!)^{nk} (n!)^{mk} (k!)^{mn}$?

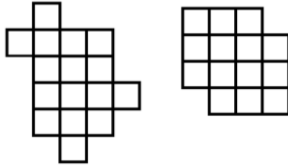
בהצלחה!

1. המספר p הוא מחלק ראשוני של $2^{2^n} + 1$, כאשר n מספר שלם חיובי. האם $p - 1$ בהכרח מתחלק ב- 2^{n+1} ?



2. משולש תקני הוא חצי משבצת על דף משבצות. מרצפת תקנית היא צורה שמודבקת מ-4 משולשים תקניים שיוצרים גוש אחד (ושטחה 2). קבעו האם ניתן לרצף באמצעות מרצפת תקנית כלשהי את הצורה:

א. הימנית ב. השמאלית



(לפני שמרצפים צורה כלשהי, צריך לבחור את סוג המרצפת; אחרי שנבחר הסוג, מותר לשקף ולסובב, אבל צריך להשתמש רק במרצפת זו.)

3. יהיו k, m, n טבעיים. מה יותר גדול: $(k!)^{mn}$ או $(m!)^{nk}$ או $(mnk)!$?

4. נתון משולש ABC. עקב הגובה מ-A יסומן ב-D, מרכז המעגל החוסם של המשולש יסומן ב-O ומפגש הגבהים ב-H. נתון ש-OD מקביל לצלע AC. עקב הגובה מ-D ל-AC יסומן ב-K. החיתוך של HK עם BC יסומן ב-L. נסמן ב-N את הנקודה על AC כך ש-AD = ND. הוכח ש-NL מאונך ל-BC.

בהצלחה!