

4.5.66

1. נתונים 4 מעגלים $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ כך ש- ω_1 משיק ל- ω_2 ב-A, ω_2 משיק ל- ω_3 ב-B, ω_3 משיק ל- ω_4 ב-C ו- ω_4 משיק ל- ω_1 ב-D. נתון שכל ההשקות הן מבחוץ. הוכיחו ש-ABCD על מעגל אחד.
2. בתוך זווית שקודקודה O נמצאים שני מעגלים שמשיקים לצלעות השונות של הזווית בנקודות P, Q. הזוויות שבהן רואים את המעגלים מהנקודה O הן α, β בהתאמה, והישר PQ יוצר במעגלים אלה מיתרים בגדלים a, b בהתאמה. הוכח כי $\alpha < \beta$ אם ורק אם $a < b$.
3.
 - i. יהי ABC משולש חד זווית. נסמן ב-M את אמצע BC וב-G את נקודת ההשקה של BC עם המעגל החסום. עקב האנך מ-C לחוצה הזווית A יסומן ב-P. הוכיחו ש- $MG = MP$.
 - ii. הסיקו את משפט פויירבאך: בכל משולש, המעגל החסום משיק למעגל תשע-הנקודות.
4. לכל 2 ישרים נגדיר את נקודת מיקל שלהם להיות החיתוך.
 לכל 3 ישרים נגדיר את מעגל מיקל שלהם להיות המעגל החסום.
 לכל 4 ישרים נגדיר את נקודת מיקל שלהם להיות חיתוך 4 מעגלי מיקל המתקבלים מהוצאת אחד הישרים.
 לכל 5 ישרים נגדיר את מעגל מיקל שלהם להיות המעגל דרך 5 נקודות מיקל המתקבלות מהוצאת אחד הישרים.
 לכל 6 ישרים נגדיר את נקודת מיקל שלהם להיות חיתוך 6 מעגלי מיקל המתקבלים מהוצאת אחד הישרים.
 לכל 7 ישרים נגדיר את מעגל מיקל שלהם להיות המעגל דרך 7 נקודות מיקל המתקבלות מהוצאת אחד הישרים.
 וכן הלאה.
 הוכיחו שלכל זוגית של ישרים נקודת מיקל קיימת ולכל כמות אי זוגית של ישרים מעגל מיקל קיים.
- 5.

