



EINSTEIN INSTITUTE OF MATHEMATICS

Edmond Safra Campus' Givat Ram

Jerusalem 91904 Israel

מכון אינשטיין למתמטיקה

קריית אדמונד ספרא

גבעת רם, ירושלים 91904

29 דצמבר 2010

אל כל חובבי המתמטיקה בכיתות ט' - י"ב

אנו מזמינים אתכם להשתתף בחוגי מתמטיקה המיועדים לכל מי שאוהב לפתור בעיות לא שגרתיות ומאתגרות. חוג אחד מיועד לתלמידי כיתות ט' ו-י' והחוג השני לכיתות י"א ו-י"ב.

החוגים יתקיימו פעם בשבוע במכון אינשטיין למתמטיקה, בנין מנצ'סטר,

האוניברסיטה העברית בירושלים קמפוס אדמונד י. ספרא, גבעת רם

משך כל פגישה הוא שעתיים.

המפגש הראשון של שני החוגים יתקיים ביום א', 16 בינואר 2011, בשעה 18:00 באולם 2.

מעוניינים? שלחו הודעה לכתובת

[youth@math.huji.ac.il](mailto:youth@math.huji.ac.il)

ציינו את הפרטים הבאים:

(א) שם ושם משפחה,

(ב) כיתה ושם בית ספר,

(ג) האם השתתפתם בחוגי מתמטיקה בעבר? אם כן, היכן וכמה זמן?

להלן מספר בעיות לדוגמה ברמות קושי שונות. נסו את כוחכם בפתרון. במפגשים הראשונים נדון בפתרונות של בעיות אלו והרעיונות שמאחוריהן, ונציע בעיות נוספות בסגנון דומה.

להתראות בחוג!

צוות המדריכים,

פרופ' ר. ליבנה  
ראש המכון למתמטיקה

בעיות

1. בחוג לריקודי זוגות משתתפים 9 בנים ו- 6 בנות. באחד הערבים כל אחד מהבנים רקד עם אותו מספר של בנות, וכל אחת מהבנות רקדה עם אותו מספר של בנים. אם כל בן רקד עם 4 בנות, עם כמה בנים רקדה כל בת בערב ההוא?

2. נתונה חפיסת שוקולד בצורה של לוח 7 על 9 משבצות. רועי רוצה לשבור את החפיסה לקוביות בודדות. בכל שבירה הוא לוקח אחת מהחתיכות ושובר אותה לאורך אחד מהפסים (למשל, הוא יכול להתחיל בשבירת החפיסה ל-2 חלקים:  $5 \times 9$  ו-  $2 \times 9$ , ובשבירה השניה לשבור את החלק הקטן ל-  $2 \times 2$  ו-  $7 \times 2$ ). מה מספר השבירות הקטן ביותר שרועי יצטרך לעשות כדי להשיג את מטרותו?

3. האם קיימים שני מספרים שלמים עוקבים (כלומר,  $N$  ו-  $N+1$ ) כך שסכום הספרות של כל אחד מהם מתחלק ב-7? (לדוגמה, הזוג 86 ו-87 אינו עונה לדרישה כי  $8+6=14$  מתחלק ב-7, אך  $8+7=15$  - לא). אם כן - תנו דוגמה של זוג מספרים כאלה. אם לא - הסבירו מדוע.

4. האם יתכן שפרש יצא מאחת הפינות של לוח שחמט (בגודל  $8 \times 8$  משבצות), עבר בכל משבצת של הלוח בדיוק פעם אחת, וסיים את דרכו בפינה הנגדית? אם כן - תנו דוגמה של מסלול כזה. אם לא - הסבירו מדוע.

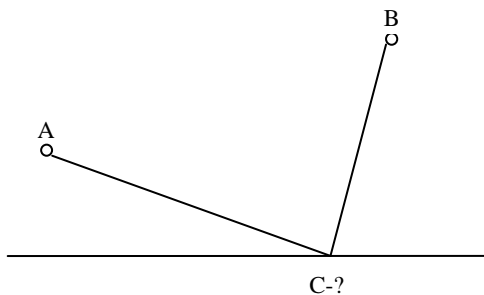
5. כל צלע של משולש ארוכה יותר מכל אחת משלוש הצלעות של משולש אחר. היתכן ששטחו של המשולש השני גדול יותר מזה של הראשון? אם כן - תנו דוגמה של זוג משולשים כאלה, אם לא - הסבירו מדוע.

-1	1	1
1	1	1
1	1	1

6. נתונה טבלה בגודל  $3 \times 3$ . בכל המשבצות רשום המספר 1, חוץ מהמשבצת בפינה השמאלית העליונה, בה רשום המספר (-1). פעולה מותרת היא לקיחת אחת מהשורות, אחת מהעמודות או אחד משני האלכסונים של הטבלה, וכפל כל אחד משלושת המספרים הרשומים בהם ב- (-1). האם אפשר על ידי מספר פעולות כאלו להגיע למצב שבו כל תשעת המספרים בטבלה יהיו שווים ל-1? אם כן - איך? אם לא - הסבירו מדוע.

7. במסיבה אחת כל שני אורחים או שלחצו ידיים זה עם זה (פעם אחת בלבד), או שלא. הוכיחו שיש שני אורחים שלחצו אותו מספר ידיים במהלך המסיבה.

8. האם אפשר לרשום 25 מספרים שלמים בשורה כך שסכומם של כל שלושה מספרים סמוכים בשורה יהיה גדול מאפס, אך הסכום הכולל של כל המספרים בשורה יהיה קטן מאפס? אם כן - תנו דוגמה לסידור כזה של 25 מספרים, אם לא - הסבירו מדוע.



9. שני כפרים, A ו- B, נמצאים על אותה גדת נהר. ילד מכפר A רוצה לבקר את חברו מכפר B ובדרך להתרחץ בנהר. לאיזה מקום על שפת הנהר עליו להגיע על מנת שדרכו הכוללת תהיה הקצרה ביותר? (מצאו נקודה C על הישר כך שהאורך הכולל ACB יהיה מינימלי).

10. למסיבה באו שישה אנשים. כל שניים מהם או מכירים אחד את השני, או לא (אין היכרויות חד-צדדיות). האם ניתן בהכרח לבחור מתוך ששת האנשים שלושה המכירים ביניהם (כל אחד מכיר את השניים הנותרים) או שלושה שמתוכם אף אחד אינו מכיר את האחרים? אם כן - הוכיחו, אם לא - תנו דוגמה של מצב שבו אין אף שלשה כזו של אנשים.