**4.** האם קיים פולינום לא קבוע  עם מקדמים ממשיים שניתן להציגו כסכום , כאשר  ו- הם ריבועים של פולינומים בעלי מקדמים ממשיים,

א. בדרך אחת בדיוק?

ב. בשתי דרכים בדיוק?

הצגות הנבדלות רק בסדר המחוברים נחשבות זהות.

**תשובה.** לא.

פתרון. נבחר שני מספרים,  ו-, עבורם .

נניח כי .

אז גם ניתן לכתוב .

נשאר לבדוק, שלא כל פעם מקבלים אותה דוגמה. נבחר  כך ש- או  (אם שניהם שווים ל-0 לכל  הפולינום קבוע).

נסמן , ו-. ניקח  .

נשים לב כי  הם שני מספרים שסכום הריבועים שלהם 1, לכן קיים  כך שזה . לכן



מספר זה מקבל אינסוף ערכים שונים כשמציבים ערכים שונים עבור  , לכן יש אינסוף אפשרויות שונות להציג את  כסכום שני ריבועים.