**3.** במעגל רשומות 41 אותיות א' ו-ב'. מותר להחליף רצף א'-ב'-א' באות ב' או להפך. כמו כן ב'-א'-ב' באות א' או להפך. האם זה נכון שמכל מצב התחלתי ניתן להגיע למצב שבו תישאר במעגל אות אחת בלבד?

**תשובה**: כן.

**פתרון**. ניתן להפוך רצף א-א-ב לרצף ב-א-א.

**א** א ב

ב א **ב א ב**

ב א א

המעגל מורכב מרצפים של א' ושל ב'. אם יש רצף באורך 1, אפשר לקצר את המעגל באמצעות אחת הפעולות. אם יש רצף באורך 3 או יותר, אפשר למצוא מילה "אאאב" להפוך אותה למילה "אבאא" באותו אורך ואז לקצר. לא יכול להיות שיש רק רצפים באורך 2 כי 41 לא מתחלק ב-2, ובכל פעולה אנחנו מוסיפים או מורידים 2 אותיות, לכן תמיד יהיה מספר אי-זוגי של אותיות. לכן יהיה רצף באורך 1 או רצף באורך 3 או יותר ואפשר תמיד לקצר.

נשאר המקרה היחיד שיש רק רצף אחד: כל האותיות סביב המעגל אותו דבר. אפשר להניח שיש לפחות 3 אותיות, אחרת יש אות אחת והמשחק הסתיים. אפשר גם להניח שהאות היחידה שיש היא א'.

א א א ...

א ב א ב א ...

ב ב א ...

חזרנו לאותה כמות של אותיות, אבל עכשיו כבר לא כל האותיות במעגל זהות ואפשר לקצר את המעגל.