**2.** במעגל יש  מטבעות. בהתחלה, בכל המטבעות מופיע 'עץ' למעלה. מבצעים  היפוכי מטבע: הופכים מטבע אחד, מדלגים על מטבע אחד, הופכים מטבע נוסף, מדלגים על שני מטבעות, הופכים מטבע, מדלגים על שלושה מטבעות, וכן הלאה עד שלבסוף מדלגים על  מטבעות והופכים את המטבע שאחריהם (כאשר תמיד הולכים בכיוון השעון). הוכיחו שבסופו של התהליך, בדיוק מטבע אחד נמצא עם 'פלי' למעלה.

**פתרון.** ניתן למספר את המטבעות עם כיוון התנועה. המטבע הראשון שהופכים מספרו , המטבעה הבא שהופכים הוא , אחרי זה מטבע , ... . כמגיעים בערך אמצע התהליך אז הופכים מטבע , אחרי זה מטבע , אחרי זה , וכך הלאה. לקראת הסוף הופכים מטבע שמספרו , אחרי זה מטבע שמספרו, ולבסוף .

אם מוסיפים  או כפולה שלו למספר מטבע, מקבלים אותו מטבע, כי המטבעות מסודרות במעגל. למשל,  ו- זה אותו מטבע, לכן בסוף פשוט הפכנו אותו מטבע פעמיים והיה אפשר לא לעשות זאת.

באמצע של תהליך רואים כי , כלומר המטבע  ומטבע  זה אותו מטבע.

אנחנו נראה לכל  המטבעות  והמטבע  זה אותו מטבע. בעצם עבור  כבר הראנו את זה, ונוכיח זאת באינדוקציה: נגיד שהוכחנו כבר עבור  ורוצים להסיק את זה גם עבור . המטבע  מתקבל מהמטבע  כאשר הולכים קדימה  צעדים, ומטבע  מתקבל מהמטבע  כאשר הולכים אחורה  פעמים, אבל זה בדיוק כמו ללכת  צעדים אחורה כי סכומם . לכן אם הטענה נכונה עבור  היא נכונה גם עבור .

ובכן  ו- זה אותו המטבע שנהפך פעמיים, כך גם  ו- זה אותו מטבע שנהפך פעמיים, וגם  ו-, . . . , וגם  ו-. כלומר חילקנו את כל פעולות חוץ מהפיכה של  לזוגות שבהם הופכים אותו מטבע פעמיים, לכן בסוף המשחק זה שקול לכך שהפכו את המטבע  פעם אחד ולא הפכו אף מטבע אחר.