**5.** נתונה סדרה של שלמים חיוביים שסכומם 2019. ידוע שכל המספרים בסדרה שונים מ-40, וגם סכומה של כל קבוצת מספרים רצופה בסדרה שונה מ-40. מהי הכמות הגדולה ביותר של מספרים שיכולים להיות בסדרה?

תשובה. 1019.

**פתרון.** נחשוב על מקל ארוך באורך 2019, שמותר לשבור אותו בנקודות שלמות. ההחלטה לגבי אילו נקודות שלמות הן נקודות שבירה ואילו לא, נותנת לנו פיצול של 2019 לסכום של מחוברים טבעיים.

נסתכל על הסדרה של נקודות במקומות , כאשר  שנבחר מראש, ו- מספר שלם אי-שלילי. אסור ששתי נקודות רצופות תהיינה נקודות פיצול, כאשר גם 0 ו-2019 נחשבות לנקודות פיצול, כי זה בדיוק יגיד שסכום רצוף של מחוברים בסדרה הוא 40.

בכל סדרה כזאת , בהינתן , בתור נקודות פיצול ניקח לחלופין מספר כן - מספר לא, כאשר מתחילים ממספר שכן לוקחים. אי-אפשר לקחת יותר, כי אם נחלק את איברי הסדרה לזוגות כאשר בזוגות  הוא  אז בכל זוג אפשר לקחת רק נקודת פיצול אחת וזה מה שאנחנו עושים. אז  הן נקודות פיצול, ו- הן לא, אחרי זה  הן נקודות פיצול ו- הן לא, וכך הלאה.

בתרגום לסכומים נקבל



העניין הוא ש-2000 מתחלק ב-80, לכן אין בעיה שגם  תהיינה נקודות פיצול, כי גם חייבים ש-2019 תהיה נקודות פיצול (לכן אסור לקחת  כנקודת פיצול אבל גם לא רצינו לעשות זאת. לכן היות ו- נקבל סכום מהסוג



כאשר הסכום של 40 מחוברים חוזר על עצמו 25 פעמים, שזה 1000 מחוברים בסה"כ, ויחד עם 19 יחידות בסוף מקבלים 1019 מחוברים.