**5.** נקרא למספר תשע-ספרתי **יפה**, אם כל ספרותיו שונות. הראו שקיימים לפחות 1000 מספרים יפים שמתחלקים ב-37.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

**פתרון.** בתמונה מופיע "ריבוע קסם" בו סכום בכל עמודה ובכל שורה הוא זהה (15).

דבר נוסף שיעזור לנו לפתור את השאלה הוא ש-111 מתחלק ב-37. לכן אם יש לנו מספר 9 ספרתי  , ואנחנו רוצים לבדוק האם הוא מתחלק ב-37, מספיק לבדוק כי  מתחלק ב-37, הרי ההבדל בין שני המספרים הוא

.

לכן אם נרשום הספרות בריבוע לפי הסדר, נקבל מספר 618753294 שהוא מתחלק ב-37, הרי  וזה מתחלק ב-37. גם אם היינו משנים את סדר הספרות בעמודה מסוימת, או את סדר העמודות, היינו מקבלים מספר שמתחלק ב-37, מאותן סיבות.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 6 | 7 | 2 |
| 1 | 5 | 9 |
| 8 | 3 | 4 |

קיימות 6 דרכים לבחור סדר בעמודה, כלומר  דרכים לבחור סדר בכל העמודות, ויש 6 דרכים לסדר את העמודות, לכן כך קיבלנו  מספרים יפים שמתחלקים ב-37.

בכל המספרים האלה ספרות 6 ו-7 הגיעו מאותה עמודה, כלומר המרחק בינן במספר הוא כפולה של שלוש. אם נסובב את ריבוע הקסם ב-90 מעלות, נקבל ריבוע קסם חדש, ממנו נוכל לייצר עוד  מספרים יפים שמתחלקים ב-37 באותו אופן. בכל המספרים האלה הספרות 6 ו-7 הגיעו מעמודות שונות, כלומר המרחק בינן במספר הוא לא כפולה של שלוש. לכן כל המספרים החדשים שקיבלנו שונים מאלה שהתקבלו בריבוע הקודם, כלומר מצאנו  מספרים יפים שמתחלקים ב-37, שזה אפילו יותר ממה שרצינו.