|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *2* | *?* | *?* | *1* |
| *?* | *5* | *4* | *?* |
| *?* | *7* | *6* | *?* |
| *?* | *?* | *?* | *3* |

**3.** *במשבצות הריבוע* $4×4$ *הציבו מספרים שלמים כך שסכומי המספרים בכל שורה ובכל עמודה שווים. שבעה מבין המספרים ידועים והשאר לא ידועים (ראו ציור). האם אפשר על סמך הנתונים הללו לשחזר*

*א. (2 נק') לפחות מספר לא ידוע אחד?*

*ב. (2 נק') לפחות שני מספרים לא ידועים?*

***פתרון.***

1. *כן.*

***הוכחה.*** *סכום המספרים בשורות העליונה והתחתונה שווה לסכום המספרים בעמודות השנייה והשלישית. זה נותן לנו משוואה על המספרים הלא ידועים – אבל נשים לב שפרט למספר בפינה הימנית התחתונה, כל מספר לא ידוע מופיע בשני אגפי המשוואה. לכן נקבל שהוא שווה ל-4+5+6+7-1-2-3=16.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *2* | *?* | *?* | *1* |
| *?* | *5* | *4* | *?* |
| *?* | *7* | *6* | *?* |
| *?* | *?* | *?* | *3* |

***ב.*** *לא.*

***הוכחה.*** *נשים לב שניתן לחבר לטבלה חוקית את הטבלה הבאה –*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | -1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | -1 |
| -1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | -1 | 0 |

*פעולה זו לא תשנה את התכונה שסכום המספרים בכל עמודה ובכל שורה שווה, אבל היא תשנה את כל המספרים הלא-ידועים פרט לאחד בפינה הימנית התחתונה. כלומר פרט אליו, כל מספר לא ידוע יכול לקבל כל ערך שלם אפשרי. לכן לא נוכל לגלות בוודאות מספר נוסף. מש"ל.*