**5.** נתון לוח שחמט עם משבצות בגודל . על הלוח מצויר מעגל ברדיוס 1, שמכיל משבצת לבנה אחת במלואה. הוכיחו כי חלקי היקף המעגל שעוברים על משבצות לבנות של הלוח מהווים לא יותר משליש האורך של היקף המעגל.

****

**פתרון.** אם המשבצת  מוכלת במעגל, המעגל כולו נמצא במשבצות:



אכן, לא יתכן שמעגל יגיע למשבצות במרחק שתי שורות מהמשבצת הפנימית, הרי קוטרו 2. כך למשל, אם הנקודה הכי גבוהה של המעגל מעל הנקודה הכי גבוהה של המשבצת הפנימית, אז הנקודה הכי נמוכה של המעגל לא יכולה להיות שתי שורות מתחת למשבצת.

נתבונן בקשתות השחורות, שנוצרות בשכנות לפי צלע של המשבצת הפנימית. המיתר שמתאים לכל קשת כזאת גדול או שווה לרדיוס, הרי מרחק בין שתי נקודות שנמצאות על שני קווים מקבילים במרחק 1 זה מזה הוא 1 לפחות. לכן הזווית המרכזית של כל קשת שחורה הוא לפחות . יש 4 קשתות מסוג זה, לכן שני שליש מהמעגל מכוסה בקשתות שחורות.