**4.** 10 ילדים בגבהים שונים עומדים במעגל. מדי פעם אחד מהם עובר למקום אחר (בין שני ילדים אחרים). הילדים רוצים להגיע כמה שיותר מהר למצב בו הם מסודרים לפי כיוון השעון מהנמוך לגבוה. מהו המספר הקטן ביותר של מעברים שבהכרח יספיק להם, ללא תלות בסדר העמידה ההתחלתי?

תשובה: 8.

**פתרון.** לפתרון יש שני חלקים: להראות שאפשר לסדר את כולם תוך 8 מהלכים, ולהראות שלא תמיד אפשר ב-7.

נמספר את הילדים 1, 2, 3, 4, ... , 10 בסדר מהנמוך לגבוה.

החלק הראשון: בשלב ראשון נעביר את 2 שיעמוד אחרי 1, בשלב שני נעביר את 3 שיעמוד אחרי 2, ... , בשלב שמיני נעביר את 9 שיעמוד אחרי 8. אז האנשים יעמדו לפי גובה לאחר 8 העברות.

אם כל האנשים עומדים בסדר הפוך, אז לאחר 7 צעדים יישארו 3 אנשים שלא זזו. סדר שלהם הפוך למה שצריך להיות, לכן האנשים לא סודרו עדיין.

**הערה.** קיימת גם הוכחה טופולוגית לחלק השני. אם הולכים נגד כיוון השעון מ-1 ל-2 ואז ממשיכים נגד כיוון השעון ל-3 ואז ל-4, ... , ובסוף ל-10 וחוזרים ל-1, מתקבל מסלול מעגלי שעושה  סיבובים. קל לראות ש- הוא לפחות 1 ולכל היותר 9, ושבכל מהלך  יכול להשתנות ב-1 לכל היותר.