**3.** בכל משבצת של טבלה $1000×1000$ כתוב מספר כך שסכום המספרים בכל מלבן עם שטח $s$ שמורכב ממשבצות הטבלה זהה. עבור אילו ערכים של $s$ כל המספרים בטבלה בהכרח שווים?

תשובה: רק עבור .

**פתרון.** ברור שכאשר  אז כל המספרים זהים. אם  אז יש לו מחלק ראשוני . לכל מלבן  ששטחו , בהכרח אחת הצלעות  או , מתחלקת ב-. לכן כל מלבן ששטחו  אפשר לחלק למלבנים .

כל משבצת מאופיינת במספר עמודה שלה  ובמספר שורה שלה . אם שנרשום 1 בכל משבצת עבורה  מתחלק ב-, ונרשום 0 בכל משבצת עבורה  לא מתחלק ב-, אז בכל מלבן  הסכום יהיה 1, ולא כל המספרים זהים. גם בכל מלבן ששטחו  הסכום יהיה .