**1.** נתונים חמישה מספרים טבעיים. לכל זוג מהמספרים הנתונים מחשבים את סכומם. נתבונן בעשרת הסכומים שמתקבלים, ובספרת היחידות של כל סכום. האם יתכן שכל ספרות היחידות שונות זו מזו?

**תשובה**: לא.

**פתרון.** נסמן את המספרים שלנו ב- a,b,c,d,e. נרשום את כל הזוגות:

 $a+b, a+c, a+d, a+e, b+c, b+d, d+e, c+d, c+e, d+e.$ .

יש לנו $\frac{5×4}{2}=10$ זוגות, וכל זוג נותן ספרת אחדות שונה. מכאן מסיקים כי כל ספרה מ-0 עד 9 מופיעה בדיוק פעם אחת כספרת אחדות ברשימה.

עכשיו נסכם את כל המספרים ברשימה. נסמן את הסכום ב-S. מהשיקולים הנ"ל, ספרת האחדות של S היא כמו ספרת האחדות של

$0+1+2+…+9=45$.

כלומר היא 5. מצד שני, הסכום הנ"ל הוא

$S=4(a+b+c+d+e)$ .

כי ברשימה הנ"ל כל אחד מהמספרים a,b,c,d,e מופיע בדיוק ב-4 זוגות (עם כל אחד מהחברים שלו), ולכן הוא מופיע 4 פעמים בסכום S.

מכאן ש-S זוגי, ולא ייתכן כי יש לו ספרת אחדות 5.