**5.** בכל אחד משניים עשר מקצועות קובייה סימנו את האמצע. נתונה קליפה כדורית שעוברת דרך  מהנקודות המסומנות. האם היא בהכרח עוברת דרך כל הנקודות, כאשר

א.  שווה 6.

ב.  שווה 7.

**פתרון.** קבוצת חיתוך של שתי קליפות כדוריות היא מעגל, שנמצאת במישור מסוים. מישור יכול לחתוך קוביה במצולע עם לכל היותר 6 צלעות, מכיוון שכל צלע של החתך מתקבל מפאה של קוביה. כל מקצוע שנחתך עם המישור תורם קודקוד לחתך. לכן לא יתכן שמישור עובר דרך יותר מ-6 אמצעים של מקצועות.

זה מוכיח, שכל 7 אמצעים של מקצועות לא נמצאות במישור אחד, ולכן מגדירות קליפה כדורית אחת בלבד, וזה עונה על שאלה של סעיף ב'.

לגבי סעיף א': נגיד ש-A ו-Z הן קודקודים מנוגדים של קוביה. אז מישור האנך האמצעי לקטע AZ מכיל 6 אמצעים של מקצועות, שיוצרות משושה משוכלל. קל לראות שיש כדורים שונים שעוברים דרך 6 נקודות אלה: למשל כדור שמרכזו A וכדור שמרכזו Z (וגם כדור שמרכזו במרכז הקוביה).