**1.** נקודה נמצאת בתוך מרובע קמור. מתחו קטעים ממנה לקדקודי המרובע, וכן לארבע נקודות כלשהן על צלעותיו (נקודה אחת על כל צלע). הקטעים הללו חילקו את המרובע לשמונה משולשים, שרדיוסי המעגלים החוסמים של כולם שווים. הוכיחו כי המרובע המקורי חסום במעגל.

**פתרון.** נסמן את קודקודי המרובע ב-A, B, C, D, נקודות על צלעותיו ב-K, L, M, N (M על AB, כמו בציור), והנקודה הפנימית ב-X. מעגלים MAX ו-MBX שווים, ויש להם מיתר משותף MX. לכן הזוויות MAX ו-MBX שוות או שסכומם שווה .

אם סכומם שווה ל-, אז M,A,X,B נמצאים על מעגל אחד זה חייב להיות מעגל שחותך את הישר AMB 3 פעמים, וזה לא יתכן. לכן בעצם הזוויות MAX ו-MBX שוות.

כלומר הזוויות XAB ו-XBA שוות. לכן המשולש XAB שווה שוקיים, . באופן דומה, וכן . כלומר מעגל שמרכזו X ורדיוסו XA עובר דרך A, B, C, D.

לכן הנקודות A, B, C, Dנמצאות על מעגל אחד.

A

B

C

D

X

M

N

K

L